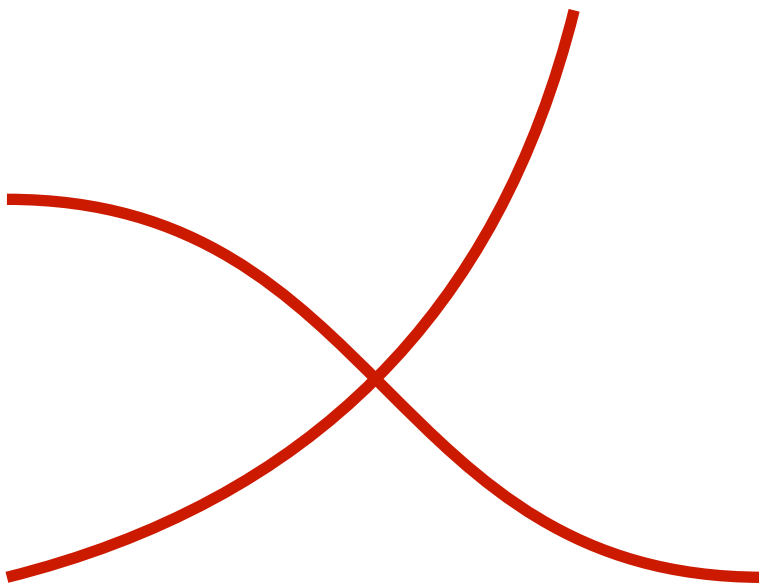


Dennis Pipenbring

# Opgaver matematik B-niveau

- stx 2013



**MATX.DK**

2017

Navn	:
Klasse	:
Skoleår	:

## Opgaver matematik B-niveau

© Dennis Pipenbring, matX ApS 2017

2. udgave

Udgivet af matX ApS

# Forord

Opgaver til matematik B-niveau 2013 reform. I opgaverne har jeg forsøgt at bruge samme formuleringer og opstilling som der anvendes i eksamensopgaver til den skriftlige eksamen. Alle opgaver har fået tildelt point, svarende til at hver korrekt besvarelse af en delopgave giver 10 point. 50 point svarer til én times arbejde, dette hæfte indeholder 1730 point. Ved opgaver hvor der må anvendes hjælpemidler, står der *IT-værktøj*. I facitlisten står et facit på alle opgaverne, derfor forventes det at facit på en besvarelse er korrekt ellers skal så spørg i en time eller til lektiecafé. Derfor vil der i forbindelse med feedback på besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter, og ikke om facit på opgaven er rigtigt:

## *Redegørelse og dokumentation for metode*

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

## *Figurer, grafer og andre illustrationer*

Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

## *Notation og layout*

Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog, og med en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

### *Formidling og forklaring*

Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.

Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

# *Indhold*

<b>Forord</b>	<b>3</b>
<b>1 Tal og ligninger</b>	<b>7</b>
<b>2 Deskriptiv statistik</b>	<b>9</b>
<b>3 Geometri og trigonometri</b>	<b>13</b>
<b>4 Funktioner</b>	<b>17</b>
<b>5 Differentialregning</b>	<b>29</b>
<b>6 Integralregning</b>	<b>35</b>
<b>7 Statistik</b>	<b>43</b>
<b>8 Facitliste</b>	<b>47</b>



# 1

## Tal og ligninger

### Opgave 1.1

Løs ligningen  $2x^2 - 2x - 12 = 0$ .

10 point

### Opgave 1.2

Løs ligningen  $-x^2 + x + 2 = 0$ .

10 point

### Opgave 1.3

Bestem diskriminanten for andengradsligningen

$$x^2 - 2x + 3 = 0,$$

og forklar hvad værdien af diskriminanten fortæller om antallet af løsninger til ligningen.

10 point

### Opgave 1.4

Løs ligningen  $-3(2x + 1) = 4x + 7$ .

10 point

### Opgave 1.5

Løs ligningen  $3x - 4 = -2x + 6$ .

10 point

### Opgave 1.6

Isolér  $W$  i ligningen

$$T = \frac{W + d}{3},$$

og bestem værdien af  $d$  når  $W = 3$  og  $T = -2$ .

10 point

**Opgave 1.7**

10 point

Løs ligningssystemet

$$2x - 4y = 1$$

$$4x + 2y = -8$$

**Opgave 1.8**

10 point

Reducér udtrykket  $2(a + x)^2 - 4ax - 2x^2$ .**Opgave 1.9**

10 point

Reducér udtrykket  $(a + b)^2 + 2(b^2 - ab)$ .**Opgave 1.10**

10 point

Et andengradspolynomium  $p$  er bestemt ved

$$p(x) = 3 \cdot (x + 5) \cdot (x - 2)$$

Bestem konstanterne  $a$ ,  $b$  og  $c$ , når  $p$  skrives på formen  $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ .**Opgave 1.11**

10 point

Reducér udtrykket  $(a + b)^2 - 2ab$  og udregn værdien når  $a = 2$  og  $b = 3$ .



## 2

# Deskriptiv statistik

### Opgave 2.1 IT-værktøj

30 point

21 elever har været til matematikprøve og resultatet af prøven ses i tabellen herunder.

Antal rigtige	3	6	10	12	13	15	16	17	20
Antal elever	1	2	1	5	2	3	3	2	2

- Bestem frekvensen og den kumulerede frekvens for antallet af elever.
- Tegn trappediagram for antallet af elever.
- Bestem middelværdien, kvartilsættet og tegn boksplottet for antallet af elever.

### Opgave 2.2 IT-værktøj

30 point

I en operaforening er aldersfordelingen som vist i tabellen.

Alder (år)	60	61	62	63	64
Antal	2	8	4	10	3

- Bestem frekvensen og den kumulerede frekvens.
- Tegn trappediagram.
- Bestem middelværdien og kvartilsættet.

**Opgave 2.3** *IT-værktøj*

30 point

Nedenstående tabel viser aldersfordelingen af 72 lærere, der er ansat på et bestemt gymnasium. Det oplyses at den yngste er 26 og ældste 65.

Alder	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Antal	1	19	5	33	14

- a) Bestem frekvensen og den kumulerede frekvens.
- b) Tegn sumkurve.
- c) Bestem middelværdien og kvartilsættet.

**Opgave 2.4** *IT-værktøj*

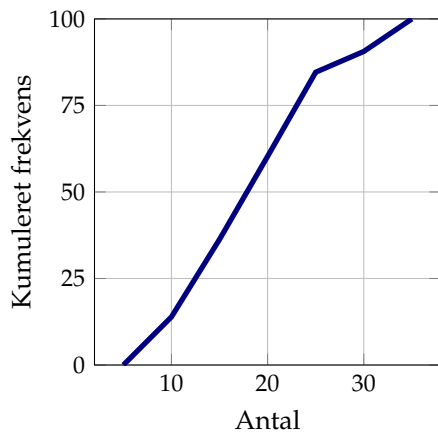
30 point

Blandt deltagerne i en undersøgelse var der 531, som ryger mindst 5 cigaretter om dagen. I tabellen nedenfor ses en opgørelse over det daglige cigaretforbrug blandt disse 531 rygere.

Antal cigaretterne	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
Antal personer	74	119	127	129	32	50

a)

Antal cigaretterne	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
Antal personer	74	119	127	129	32	50
Frekvens (%)	13,9	22,4	23,9	24,3	6,0	9,4
Kum. frekvens (%)	13,9	36,3	60,3	84,6	90,6	100



b)

c) Middelværdien er 18,2 cigaretter og kvartilsættet er 12.47, 17.85 og 23.03 cigaretter.



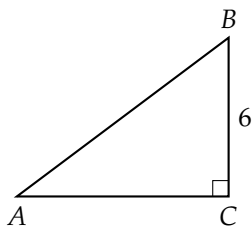
### 3

## Geometri og trigonometri

### Opgave 3.1

10 point

På figuren ses en retvinklet trekant  $ABC$  oplyses, at arealet er 24, og den ene katete er 6.

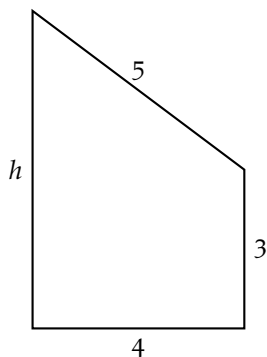


Bestem sidelængderne i trekant  $ABC$ .

### Opgave 3.2

10 point

Figuren viser gavlen af et hus. Nogle af husets mål er angivet på figuren.

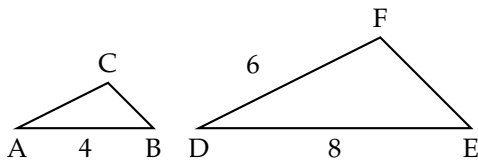


Bestem højden  $h$  af gavlen, og bestem gavlens areal.

**Opgave 3.3**

10 point

På figuren ses to ensvinklede trekanter  $ABC$  og  $DEF$ . Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.

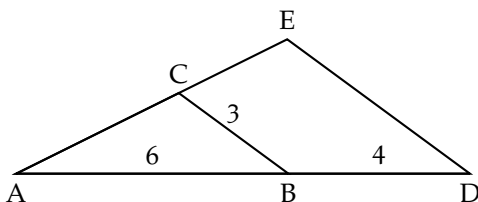


Bestem  $|AC|$ .

**Opgave 3.4**

10 point

På figuren ses to ensvinklede trekanter  $ABC$  og  $ADE$ . Nogle af sidelængderne er angivet på figuren.

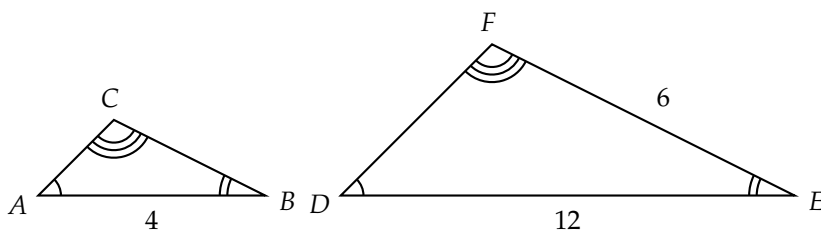


Bestem  $|DE|$ .

**Opgave 3.5**

10 point

De to trekanter  $ABC$  og  $DEF$  er ensvinklede. Nogle mål er angivet på figuren.



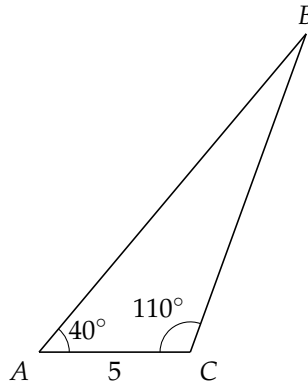
Bestem  $|BC|$ .

**Opgave 3.6** *IT-værktøj*

30 point

I trekant  $ABC$  er  $|AC| = 5$ ,  $\angle A = 40^\circ$  og  $\angle C = 110^\circ$

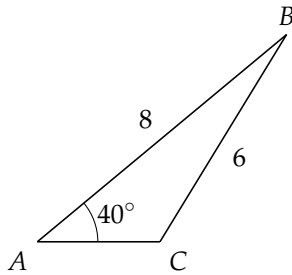
- Bestem  $\angle B$  og  $|AB|$  i trekant  $ABC$ .
- Bestem længden af vinkelhalveringslinjen fra  $C$  i trekant  $ABC$ .
- Bestem arealet af trekant  $ABC$ .



**Opgave 3.7** *IT-værktøj*

40 point

I trekant  $ABC$  er  $\angle A = 40^\circ$ ,  $|AB| = 8$  og  $|BC| = 6$ . Vinkel  $C$  er stump.



- Bestem  $\angle B$ .
- Bestem arealet af  $ABC$ .
- Bestem længden af højden fra  $B$ .
- $D$  er skæringspunktet mellem højden fra  $B$  og forlængelsen af siden  $AC$ . Bestem  $|AD|$ .

**Opgave 3.8** *IT-værktøj*

40 point

Om trekant  $ABC$  oplyses, at arealet er 22,66 samt at  $\angle A = 32,3^\circ$  og  $|AB| = 10,6$ .

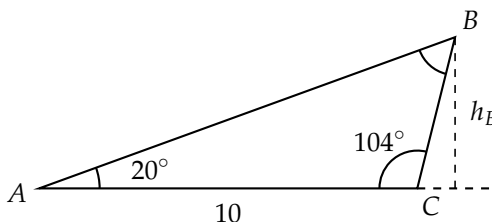
- Bestem  $|AC|$ .
- Bestem omkredsen af trekant  $ABC$ .
- Bestem  $\angle C$ .
- Bestem længden af vinkelhalveringslinjen for vinkel  $A$ .

**Opgave 3.9** *IT-værktøj*

20 point

Om trekant  $ABC$  oplyses, at  $|AC| = 10$ , vinkel  $A = 20^\circ$  og vinkel  $C = 104^\circ$ .

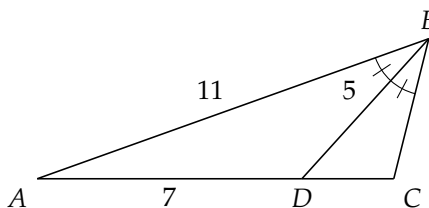
- Bestem  $|BC|$ .
- Bestem højden  $h_B$ .

**Opgave 3.10** *IT-værktøj*

50 point

I trekant  $ABC$  er punktet  $D$  skæringspunkt mellem vinkelhalveringslinjen for vinkel  $B$  og siden  $AC$ .  $|AB| = 11$ ,  $|BD| = 5$  og  $|AD| = 7$ .

- Bestem  $\angle B$  i trekant  $ABC$ .
- Bestem  $\angle C$  i trekant  $ABC$ .
- Bestem  $|AC|$ .
- Bestem længden af højden fra  $C$  i trekant  $ABC$ .
- Bestem længden af medianen fra  $A$  i trekant  $ADB$ .





# 4

## Funktioner

### Opgave 4.1

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 4 \cdot 5^x$ . Bestem  $f(2)$ .

### Opgave 4.2

10 point

En lineær funktion  $f$  er bestemt ved

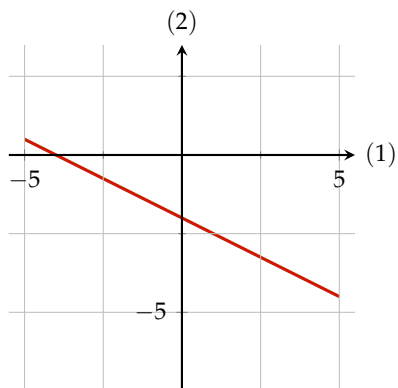
$$f(x) = -2x + 3$$

Løs ligningen  $f(x) = 5$  og bestem  $f(-3)$ .

### Opgave 4.3

10 point

Grafen for funktionen  $f(x) = ax + b$  er vist på figuren.



Bestem forskriften for  $f$ .

**Opgave 4.4**

10 point

Søren har 70 kr. på sin bankkonto og han indsætter 15 kr. om ugen.

Indfør passende variable, og opstil et udtryk, der beskriver hvor mange penge Søren har stående på hans bankkonto.

**Opgave 4.5**

10 point

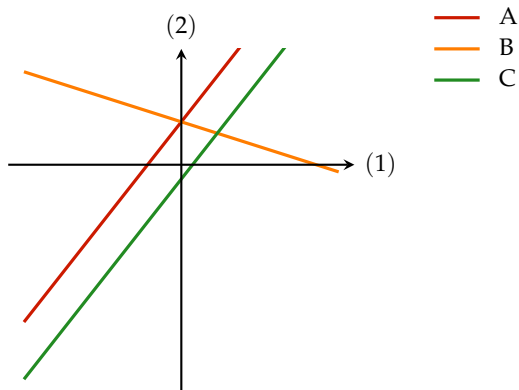
En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = 2x - 4$ .

Undersøg om punktet  $(12, 10)$  ligger på grafen.

**Opgave 4.6**

10 point

Hver af de tre grafer  $A$ ,  $B$  og  $C$  på figuren er graf for en af tre funktioner  $f$ ,  $g$  og  $h$ .



De tre funktioner er givet ved

$$f(x) = 2x - 1, \quad g(x) = -\frac{1}{2}x + 3, \quad h(x) = 2x + 3$$

Angiv for hver af graferne  $A$ ,  $B$  og  $C$ , hvilken af de tre funktioner den er graf for. Begrund svaret.

**Opgave 4.7**

10 point

Bestem en forskrift for den eksponentielt voksende funktion, hvis graf går gennem punkterne  $(0, 4)$  og  $(3, 32)$ .

Bestem en forskrift for  $f$ .

**Opgave 4.8**

10 point

Bestem en forskrift for den lineære funktion  $g$ , hvis graf går gennem punkterne  $A(-2,1)$  og  $B(4,13)$ .

**Opgave 4.9**

10 point

Bestem en forskrift for den eksponentielt voksende funktion, hvis graf går gennem punkterne  $(1,6)$  og  $(2,18)$ .

Bestem en forskrift for  $f$ .

**Opgave 4.10**

10 point

Et firma har set på sammenhængen mellem prisen på en vare og salget af denne vare, de er kommet frem til følgende model.

$$s(p) = -200p + 12\,000$$

Hvor  $p$  er prisen i kroner og  $s$  er det samlede salg af denne vare.

Gør rede for betydningen af tallet  $-200$  i modellen.

**Opgave 4.11**

10 point

En bestemt trailer bruges til at fragte kasser. Traileren har en egenvægt på 600 kg, og hver kasse vejer 45 kg.

Indfør passende variable, og opstil en model, der beskriver sammenhængen mellem trailerens samlede vægt og antallet af kasser på traileren.

**Opgave 4.12**

10 point

Et firma har i 2013 en årlig omsætning på 25 mio. kr. Firmaet forventer, at omsætningen øges med 5% p.a. i årene frem mod 2020.

Indfør passende variable, og benyt firmaets forventninger til at opstille et udtryk, der beskriver udviklingen i firmaets årlige omsætning som funktion af tiden efter 2013.

**Opgave 4.13**

10 point

En bestemt kagedåse vejer 120 g og hver kage vejer 5 g.

Indfør passende variabel, og opstil en model, der beskriver sammenhængen mellem kagedåsens samlede vægt og antallet af kager i dåsen.

**Opgave 4.14**

10 point

EU landene havde samlet i perioden efter 1990 en vækst i BNP på 2 % p.a. I 1990 havde et BNP på 9 billioner.

Indfør passende variable, og opstil et udtryk, der beskriver udviklingen i EU's BNP som funktion af tiden efter 1990.

**Opgave 4.15**

10 point

Et andengradspolynomium  $f$  er bestemt ved  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Grafen for  $f$  er en parabel.

Tegn en skitse af en mulig graf for  $f$ , når det oplyses, at diskriminanten er negativ,  $a$  er positiv, og  $c$  er positiv.

**Opgave 4.16**

10 point

En model for højden af juletræer er  $h(t) = 50t + 25$ , hvor  $h(t)$  er højden målt i cm af juletræet til tidspunktet  $t$  målt i år efter at juletræet er blevet plantet.

Gør rede for, hvad tallene i modellen fortæller om juletræernes højde.

**Opgave 4.17**

10 point

I en model for befolkningstilvæksten i Indien antages det, at

$$N(t) = 1134 \cdot 1,014^t$$

hvor  $N(t)$  betegner befolkningstallet (målt i millioner) til tidspunktet  $t$  (målt i antal år efter 2005).

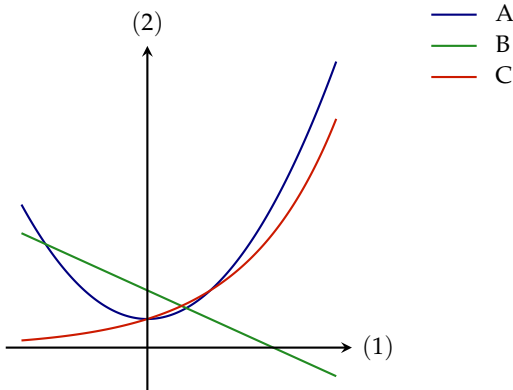
Beskriv, hvad tallene 1134 og 1,014 fortæller om udviklingen i befolkningstallet i Indien.

**Opgave 4.18**

10 point

Hver af graferne  $A$ ,  $B$  og  $C$  på figuren er graf for en af funktionerne  $f$ ,  $g$  og  $h$ , der er givet ved:

$$f(x) = 2^x \quad g(x) = 2 - x \quad h(x) = x^2 + 1$$

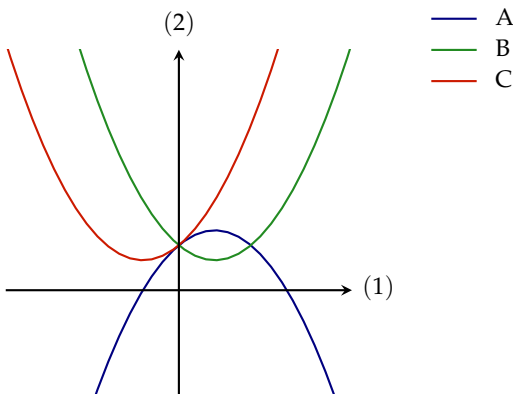


Angiv for hver af graferne  $A$ ,  $B$  og  $C$ , hvilken af de tre funktioner den er graf for. Begrund svaret.

**Opgave 4.19**

10 point

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ . På figuren ses tre parabler  $A$ ,  $B$  og  $C$ .



Argumentér for, hvilken af de tre parabler, der er graf for  $f$ .

**Opgave 4.20**

10 point

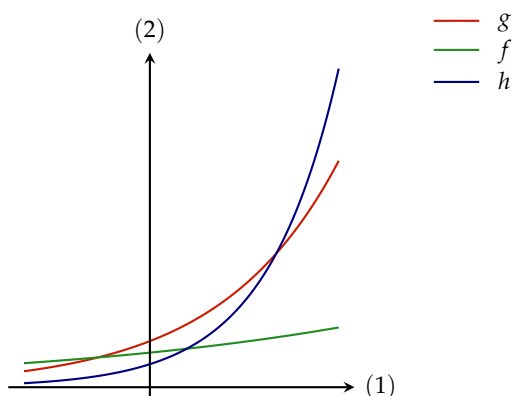
Omsætningen i et firma kan beskrives med modellen  $y = 2,3x + 12$  i perioden fra 2010 og frem, hvor  $x$  er antallet af år efter 2010 og  $y$  er firmaets omsætning i mio. kr.

Gør rede for, hvad tallene i modellen fortæller om udviklingen i firmaets omsætning.

**Opgave 4.21**

10 point

Figuren viser graferne for tre forskellige eksponentielt voksende funktioner  $f$ ,  $g$  og  $h$ .



Hvilken af de tre funktioner har den største fordoblingskonstant?

**Opgave 4.22**

10 point

Om en eksponentielt voksende funktion  $f$  oplyses det, at fordoblingskonstanten er 8 og at  $f(3) = 12$ .

Bestem  $f(11)$ .

**Opgave 4.23**

10 point

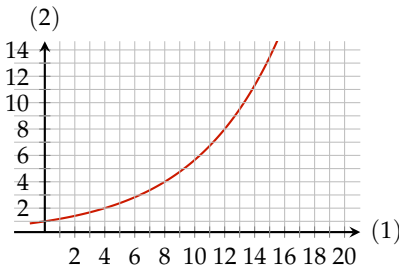
Om en eksponentielt aftagende funktion  $f$  oplyses at halveringskonstanten er 4 og at  $f(3) = 12$ .

Bestem  $f(11)$ .

**Opgave 4.24**

10 point

Benyt grafen til at bestemme fordoblingskonstanten for funktionen.



**Opgave 4.25**

10 point

Om en eksponentiel voksende funktion oplyses at fordoblingskonstanten er 2 og  $f(4) = 12$ .

Bestem en forskrift for  $f$ .

**Opgave 4.26** *IT-værktøj*

30 point

Tabellen viser sammenhørende værdier af alder og længde for en population af delfiner.

Alder (år)	2	3	4	5	6
Længde (cm)	90	102	110	120	134

I en model er sammenhængen mellem længden  $L$  (målt i cm) og alderen  $t$  (målt i år) en funktion af typen

$$L(t) = at + b$$

- Bestem tallene  $a$  og  $b$  ved hjælp af tabellens data.
- Giv en fortolkning af tallene  $a$  og  $b$ .
- Benyt modellen til at bestemme alderen af denne delfin på 180 cm og benyt modellen til at bestemme længden af en delfin på 15 år.

**Opgave 4.27** *IT-værktøj*

40 point

Tabellen viser danskernes forbrug af øl i perioden 2007-2015. Denne udvikling kan med god tilnærmelse beskrives ved en eksponentiel model. (Kilde: Øltal 2017)

År	2007	2009	2011	2013	2015
Øl (mio. liter)	461	406	380	352	343

- Benyt tabellens data til at opstille en model, for udviklingen af danskernes forbrug af øl.
- Giv en fortolkning af fremskrivningsfaktoren
- Bestem danskernes forbrug af øl i 2020 ifølge modellen.
- Hvilket år vil danskernes forbrug af øl komme under 200 mio. liter.

**Opgave 4.28** *IT-værktøj*

40 point

Tabellen viser antallet af robotter under 10 år, der blev benyttet i dansk industri, i årene 2010-2014. (Kilde: teknologisk.dk)

År	2010	2011	2012	2013	2014
Antal robotter	3291	3399	3653	3842	4154

Det oplyses, at antallet af robotter med god tilnærmelse er vokset eksponentielt i denne periode.

- Benyt tabellens data til at opstille en model,  $f$ , for antallet af industrirobotter som funktion af antal år efter 2010.
- Giv en fortolkning af  $a$
- Benyt modellen til at bestemme antallet af industrirobotter i 2020. og bestem hvilket år antallet af industrirobotter vil overstige 10 000.
- Bestem fordoblingstiden for antallet af industrirobotter.



**Opgave 4.29** *IT-værktøj*

30 point

Efter ulykken ved et atomkraftværk blev et område radioaktivt forurenet. Strålingdosis man modtager pr. år når man opholder sig i området aftager efter denne model

$$f(x) = 700 \cdot 0,8^x$$

hvor  $f(x)$  er den modtagne strålingensdosis i millisivert pr år og  $x$  er antallet af år efter ulykken.

- Bestem halveringstiden for den modtagne strålingensdosis pr år.
- Forklar betydningen af tallene 0,8 og 700.
- Når strålingen kommer ned på 90 millisivert pr. år er området bebodt igen, bestem hvor mange år der går.

**Opgave 4.30** *IT-værktøj*

30 point

For muslinger har man fundet sammenhørende værdier af muslingens alder og muslingeskallens længde som vist i tabellen.

Alder (år)	1	2	6	11	14	16
Længde (cm)	1,1	2,5	4,8	7,3	8,3	9,1

I en model antages det, at skallens længde som funktion af muslingens alder er en funktion af typen

$$L(t) = b \cdot t^a$$

hvor  $L$  er skallens længde (målt i cm), og  $t$  er muslingens alder (målt i år).

- Benyt tabelles data til at bestemme  $a$  og  $b$ .
- Benyt modellen til at bestemme alderen af en musling der er 20,4 cm.
- En muslings skal er 25 % længere end en anden muslings skal, hvor mange procent er muslingen med den længste skal ældre end den anden musling?

**Opgave 4.31** *IT-værktøj*

30 point

Tabellen viser sammenhængen mellem antallet af klodser i en legofigur og den tid, det typisk tager at samle figuren.

Antal klodser	50	100	120	170	200
Tid (minuter)	10	30	45	70	100

Det er med god tilnærmelse tale om en sammenhæng af typen  $f(x) = b \cdot x^a$ , hvor  $x$  er antallet af klodser, og  $f(x)$  er tidsforbruget, målt i minutter.

- Benyt alle tabelles data til at bestemme  $a$  og  $b$ .
- Hvor mange klodser kan en person nå at samle på 60 minutter?
- En person har to legofigurer A og B. Figur A har dobbelt så mange klodser som figur B. Hvor mange tid tager det at samle figur A i forhold til figur B?

**Opgave 4.32** *IT-værktøj*

30 point

Tabellen viser gennemsnitlig omkreds og vægten af en moden tomat for fire forskellige sorter.

	Sweet Pea	Favorita	Indigo Rose	Elim
Omkreds (cm)	3	8	11	14
Vægt (gram)	0,5	9	25	50

Det oplyses, at vægten  $f(x)$ , målt i g, med tilnærmelse kan beskrives ved en model af typen

$$f(x) = b \cdot x^a,$$

hvor  $x$  er omkredsen, målt i centimeter.

- Benyt alle tabelles data til at bestemme  $a$  og  $b$ .
- Benyt modellen til at bestemme vægten af en Marmande tomat der har en omkreds på 20 cm.
- En Gemini tomat vejer 34 % mindre end en Elim tomat, hvor meget mindre er dens omkreds?

**Opgave 4.33** *IT-værktøj*

10 point

En kanal har et lodret tværsnit, hvis form er en del af en parabel. Bassinets største bredde er 10 m, og dets største dybde er 4 m.

- a) Bestem en ligning for parablen i dette koordinatsystem.

**Opgave 4.34** *IT-værktøj*

10 point

Grafen for andengradspolynomiet

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

skærer førsteaksen i punkterne med koordinaterne  $(1, 0)$  og  $(5, 0)$ , og toppunktet til grafen for  $f$  har koordinaterne  $(3, 2)$ .

- a) Bestem  $a$ ,  $b$  og  $c$ .

**Opgave 4.35** *IT-værktøj*

10 point

Bærekablet på en bros pyloner er monteret 180 meter over vandoverfladen og der er 860 meter mellem pylonerne og kablets laveste punkt er 70 meter over vandoverfladen. I en model beskrives bærekablet mellem de to pyloner ved en del af grafen for et andengradspolynomium

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

- a) Bestem en forskrift for  $f$ , hvor den venstre pylon er 2. akse og 1. er vandoverfladen.



# 5

## Differentialregning

### Opgave 5.1

10 point

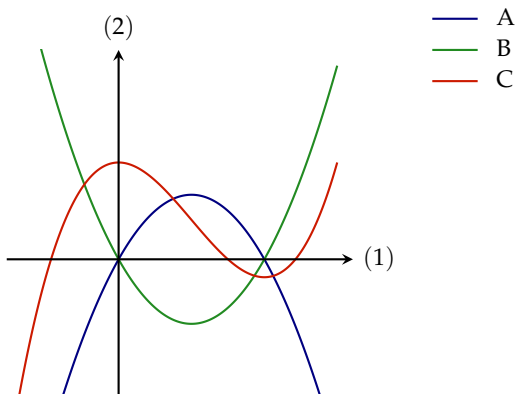
En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 3x^2 - 6x + 12$ . Grafen for  $f$  er en parabel.

Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.

### Opgave 5.2

10 point

På figuren ses en skitse af graferne for tre funktioner  $f(x)$ ,  $g(x)$  og  $f'(x)$ .



Gør rede for, hvilken graf der hører til hvilken funktion.

### Opgave 5.3

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 5x^3 + 9x^2 - 7x + 40$ .

Bestem  $f'(x)$  og bestem  $f'(1)$ .

**Opgave 5.4**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = e^x + \sqrt{x}$ .

Bestem  $f'(x)$  og bestem  $f'(1)$ .

**Opgave 5.5**

10 point

En funktionen  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 4e^x + 1$ .

Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P(0, f(0))$ .

**Opgave 5.6**

10 point

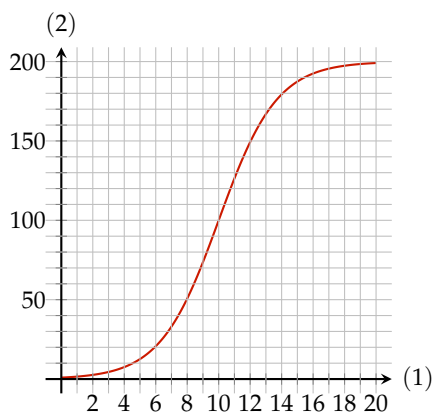
En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = \ln(x) - x + 5$ ,  $x > 0$ .

Bestem  $f'(x)$ , og bestem monotoniforholdene for  $f$ .

**Opgave 5.7**

10 point

I en model for udviklingen i antallet af individer i en population betegner  $N(t)$  antallet af individer i populationen til tidspunktet  $t$  (målt i døgn). Nedenfor er vist en del af grafen for  $N$ .



Benyt grafen til at bestemme  $N'(8)$ , og gør rede for, hvad dette tal fortæller om udviklingen af antallet af individer i populationen.

**Opgave 5.8**

10 point

En funktionen  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ .

Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P(1, f(1))$ .

**Opgave 5.9**

10 point

En funktion  $f$  er givet ved  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ .

Bestem  $f'(x)$ , og bestem monotoniforholdene for  $f$ .

**Opgave 5.10**

10 point

Bestem monotoniforhold for funktionen  $f(x) = \ln(x) - 2x$ ,  $x > 0$ .

**Opgave 5.11**

10 point

En funktion  $f(t)$  er model for udviklingen af en smitsom sygdom, hvor  $f(t)$  er antallet af smittede til tidspunktet  $t$  målt i dage. Det oplyses at  $f'(4) = 20$ .

Gør rede for, hvad dette tal fortæller om udviklingen i antallet af smittede.

**Opgave 5.12** *IT-værktøj*

30 point

Udviklingen i antallet af individer i en population, kan beskrives med funktionen

$$f(x) = 1673 \cdot 1,021^x$$

hvor  $f$  er antallet af individer, og  $x$  er antallet af år efter 2010.

- Bestem antallet af individer i 2015.
- Bestem året hvor antallet af individer kommer op på 2000 individer.
- Bestem  $f'(10)$  og giv en fortolkning af dette tal.

**Opgave 5.13** *IT-værktøj*

30 point

I en model for et bestemt radioaktivt stof, kan mængden af tilbageværende stof, som funktion af tiden beskrives ved

$$N(t) = 17,5 \cdot 0,977^t$$

hvor  $N(t)$  er mængden af tilbageværende stof (målt i gram) til tidspunktet  $t$  (målt i år).

- Hvor mange år tager det ifølge modellen, før mængden af tilbageværende stof er nede på 12 g?
- Bestem mængden af tilbageværende stof efter 10 år.
- Bestem væksthastigheden efter 5 år.

**Opgave 5.14** *IT-værktøj*

30 point

I forbindelse med et genopretningsprojekt observeres antallet af ynglende fugle par på en ø. I en model for udviklingen af ynglende par på øen, kan antallet af ynglende par, som funktion af tiden i år beskrives ved

$$f(x) = \frac{1500}{1 + e^{-0,5 \cdot x}}$$

hvor  $f(x)$  er antallet ynglede par og  $x$  er tiden i år efter genopretningsprojektet er startet.

- Hvor mange år tager det ifølge modellen, før antallet af ynglende fugle par når målsætningen på 1400 par?
- Hvor mange ynglende fugle par bør der i følge modellen være når antallet af ynglende fugle par tælles efter 3 år?
- Bestem væksthastigheden efter 3 år.

**Opgave 5.15** *IT-værktøj*

30 point

Udviklingen i antallet af næsehorn der bliver skudt, kan som funktion af tiden  $t$  efter 2006 (målt i år) beskrives med modellen

$$f(t) = \frac{1455}{1 + e^{-0,75 \cdot t + 4,5}}$$

- Bestem antallet af næstehorn der bliver skudt i 2010.
- Bestem  $f'(8)$  og forklar betydningen af dette tal.
- Bestem hvornår væksthastigheden er størst.



**Opgave 5.16** IT-værktøj

40 point

En funktion  $f$  er givet ved

$$f(x) = x^2 \ln(x) - 3x - 1, x > 0.$$

- Benstem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P(1, f(1))$ .
- Bestem nulpunkter for  $f(x)$ .
- Benyt  $f'(x)$  til at argumentere for forløbet af grafen for  $f$ .
- Bestem minimum for  $f$ .

**Opgave 5.17** IT-værktøj

30 point

En funktion  $f$  er bestemt ved

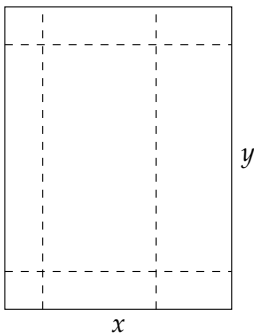
$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 6$$

- Bestem en ligning for tangenten til grafen for  $f$  i punktet  $P(2, f(2))$ .
- Bestem nulpunkter for  $f(x)$ .
- Benyt  $f'(x)$  til at argumentere for forløbet af grafen for  $f$ .

**Opgave 5.18** IT-værktøj

30 point

Et papir har en top- og bundmargen på 3 cm, højremargen er 8 cm og venstremargen er 3 cm. Bredden af papiret er  $x$  og højden er  $y$ . Omkredsen af papiret er 100 cm.

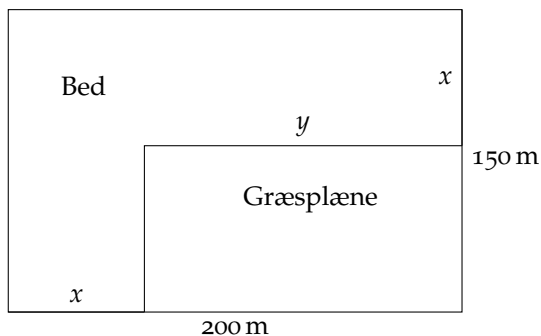


- Opstil et udtryk for  $y$  som funktion af  $x$ .
- Opstil et udtryk for arealet af området på papiret, der kan være tekst på, som funktion af  $x$ .
- Bestem bredden og højden på papirer så arealet af området med tekst er størst muligt.

**Opgave 5.19** *IT-værktøj*

20 point

I en have skal der anlægges et bed og en græsplæne, på den måde det her ses på figuren. Bredden af haven er 200 m og længden af haven er 150 m.  $x$  er bredden af bedet og  $y$  er bredden af græsplænen.



- Opstil en udtryk til beregning af arealet af bedet som funktion af  $x$ .
- Bestem  $x$  så arealet af græsplænen er dobbelt så stort som arealet af bedet.

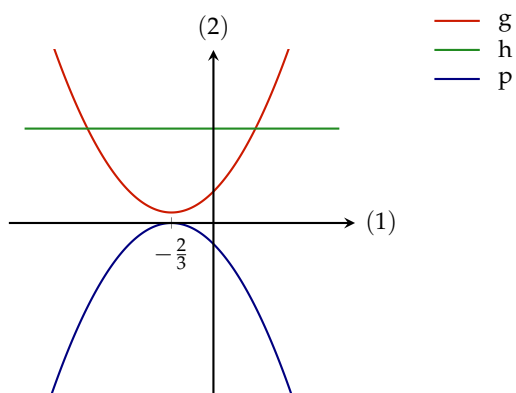
# 6

## Integralregning

### Opgave 6.1

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 3x + 2$ . På figuren ses graferne for de tre funktioner  $g$ ,  $h$  og  $p$ .



Argumentér for, hvilken af de tre funktioner der er en stamfunktion til  $f$ .

### Opgave 6.2

10 point

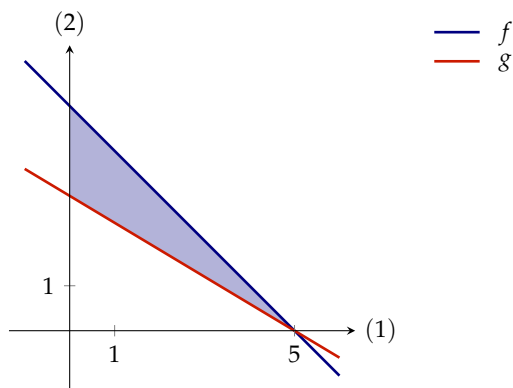
For en funktion  $f$  er stamfunktionen  $F(x) = 2x^2 + 3$ .

Bestem  $\int_1^2 f(x) dx$ .

**Opgave 6.3**

10 point

På figuren ses graferne for to lineære funktioner  $f$  og  $g$ .



Det oplyses, at  $\int_0^5 f(x) dx = 12,5$  og  $\int_0^5 g(x) dx = 7,5$ . Giv en geometrisk fortolkning af integralet  $\int_0^5 f(x) dx$ .

Bestem arealet af det skraverede område.

**Opgave 6.4**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 6x^2 - 8x$ . Bestem en forskrift for den stamfunktion til  $f$ , hvis graf går gennem punktet  $P(2, 13)$ .

**Opgave 6.5**

10 point

Bestem integralet  $\int_0^2 (9x^2 + 3) dx$ .

**Opgave 6.6**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = e^x + 2x$ .

Bestem en forskrift for den stamfunktion til  $f$ , hvis graf går gennem punktet  $P(2, -1)$ .

**Opgave 6.7**

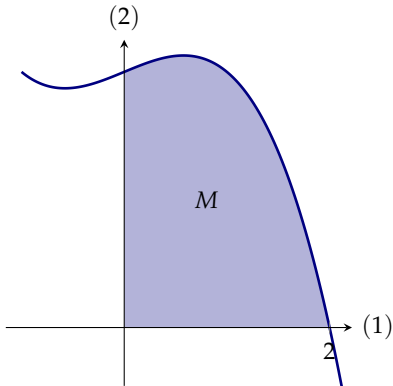
10 point

Bestem integralet  $\int_0^1 (e^x + 1) dx$ .

**Opgave 6.8**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = -x^3 + x + 6$ . Grafen for  $f$  afgrænser sammen med de to koordinatakser en punktmængde  $M$ , som vist på figuren.

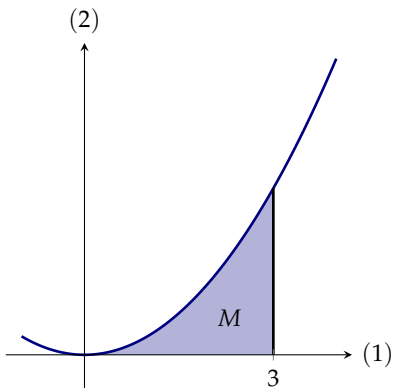


Bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.9**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = x^2$ . Grafen for  $f$  afgrænser sammen med (1) akser og linjen  $x = 3$  en punktmængde  $M$ , som vist på figuren.

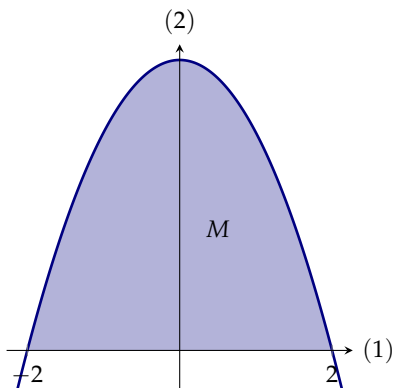


Bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.10**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = -3x^2 + 12$ . Grafen for  $f$  afgrænser sammen med (1) akse og en punktmængde  $M$ , som vist på figuren.



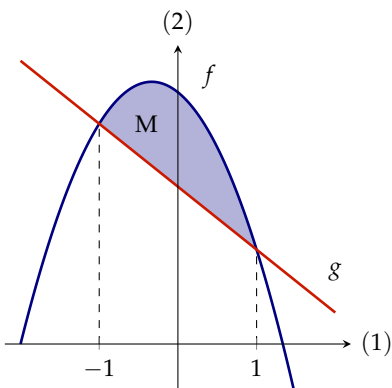
Bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.11**

10 point

To funktioner  $f$  og  $g$  afgrænser en punktmængde  $M$ , som vist på figuren, der har et areal, bestem dette areal.

$$f(x) = -3x^2 - 2x + 8 \quad g(x) = -2x + 5$$



**Opgave 6.12**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 3x^2 + \frac{1}{x}$ .

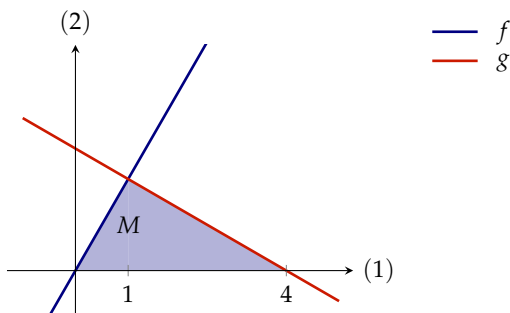
Bestem en forskrift for den stamfunktion til  $f$ , hvis graf går gennem punktet  $P(1,3)$ .

**Opgave 6.13**

10 point

To funktioner  $f$  og  $g$  afgrænser sammen med (1) akse en punktmængde  $M$ , som vist på figuren, der har et areal, bestem dette areal.

$$f(x) = 3x \quad g(x) = -x + 4$$

**Opgave 6.14**

10 point

En funktion  $f$  er bestemt ved  $f(x) = 3x^2 + 4x - 2$ .

Bestem en forskrift for den stamfunktion til  $f$ , hvis graf går gennem punktet  $P(2,6)$ .

**Opgave 6.15** *IT-værktøj*

20 point

Grafen for funktionen  $f$  afgrænser i første og anden kvadrant et område  $M$ , der har et areal.

$$f(x) = -\frac{3}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 6x + 24$$

- Tegn grafen for  $f$ , og bestem skæringspunkterne mellem  $f$  og  $x$ -aksen.
- Bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.16** *IT-værktøj*

10 point

Grafen for funktionerne  $f$  og  $g$  afgrænser i første og anden kvadrant et område  $M$ , der har et areal.

$$f(x) = 8 - x^2 \text{ og } g(x) = x^2$$

- Tegn grafen for  $f$  og  $g$ , og bestem skæringspunkterne mellem  $f$  og  $g$ .
- Bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.17** *IT-værktøj*

20 point

Grafen for funktionerne  $f(x) = \sqrt{3x+9}$  og  $g(x) = x+3$  afgrænser i anden kvadrant et område  $M$ , der har et areal.

- Tegn grafen for  $f$  og  $g$ , og bestem skæringspunkterne mellem  $f$  og  $g$ .
- Bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.18** *IT-værktøj*

20 point

En funktion er givet ved

$$f(x) = 4\sqrt{x} - \frac{1}{2}x^2, \quad x \geq 0$$

Grafen for  $f$  og koordinatsystemets førsteakse afgrænser i første kvadrant et område  $M$ , som har et areal.

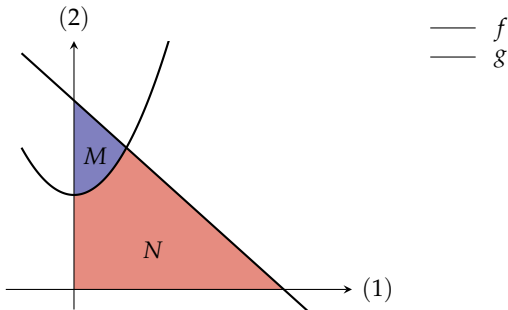
- Tegn grafen for  $f$ , og bestem skæringspunkterne med  $x$ -aksen.
- Bestem arealet af  $M$ .



**Opgave 6.19** IT-værktøj

20 point

Grafen for funktionerne  $f(x) = 6x^2 + 12$  og  $g(x) = -6x + 24$  afgrænser i første kvadrant to områder  $M$  og  $N$  se figur, der har et areal.



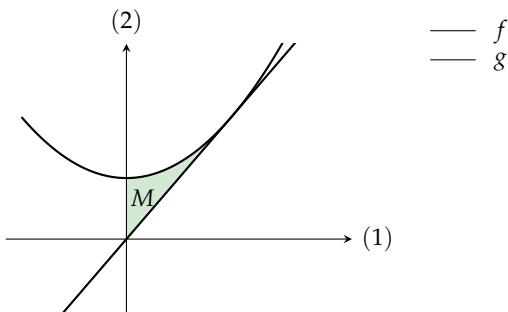
- Bestem skæringspunktet mellem  $f$  og  $g$  og bestem nulpunkter for  $g$ .
- Bestem arealet af  $M$  og  $N$ .

**Opgave 6.20** IT-værktøj

10 point

Grafen for funktionerne  $f$  og  $g$  afgrænser i første kvadrant et område  $M$ , der har et areal.

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ og } g(x) = 2x$$



- Bestem skæringspunktet mellem  $f$  og  $g$ , og bestem arealet af  $M$ .

**Opgave 6.21** *IT-værktøj*

10 point

Funktionen  $f$  er defineret som

$$f(x) = 3x^2 + 4$$

- a) Bestem stamfunktionen til  $f$  hvis graf går gennem punktet  $(1,3)$ .

# 7

## Statistik

### Opgave 7.1 IT-værktøj

40 point

Tabellen viser aldersfordelingen af 165 tilfældigt udvalgte 20-70-årige fra fyn.

Alder	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Antal	21	39	51	30	24

Aldersfordelingen af alle 20-70-årige danskere fremgår af nedenstående tabel.

Alder	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Procentdel	18,1	20,3	22,6	20,0	19,0

- Opstil en nulhypotese der kan bruges til at teste om aldersfordelingen på fyn er den samme som alle 20-70 årige danskere.
- Beregn de forventede værdier under forudsætning af, at nulhypotesen er sand.
- Undersøg om nulhypotesen kan forkastes på et 5% signifikansniveau.
- Undersøg hvilken aldersgruppe, der giver det største bidrag til teststørrelsen.

**Opgave 7.2** *IT-værktøj*

30 point

I en undersøgelse har et analyseinstitut adspurgt to grupper af unge, en fra Lolland og en fra Sjælland, om hvilke af to typer øl A eller B, de fortrækker.

	A er bedst	B er bedst
Lolland	32	24
Sjælland	82	28

- Opstil en nulhypotese der kan anvendes til at undersøge om bopæl og fortrukken øl er uafhængige.
- Beregn de forventede værdier under forudsætning af, at nulhypotesen er sand.
- Undersøg på et 5% signifikansniveau, om nulhypotesen kan forkastes.

**Opgave 7.3** *IT-værktøj*

30 point

En materialist har undersøgt sammenhængen mellem køb af økologisk/ikke økologisk ansigtscream og økologisk/ikke økologisk.

	Ikke økologisk hårfarve	Økologisk hårfarve
Ikke økologisk ansigtscream	90	62
Økologisk ansigtscream	83	82

- Opstil en nulhypotese der kan anvendes til at undersøge køb af økologisk/ikke økologisk ansigtscream og økologisk/ikke økologisk er uafhængigt.
- Beregn de forventede værdier under forudsætning af, at nulhypotesen er sand.
- Undersøg på et 5% signifikansniveau, om nulhypotesen kan forkastes.

**Opgave 7.4** *IT-værktøj*

30 point

I Danmarks statistik undersøgelse »It-anvendelse i befolkningen« fra 2014 fandt man følgende svarfordeling vedrørende brug af musikstreaming for 75-89 årige.

Musikstreaming	Ja	Nej
Procentdel	11	89

To år senere blev 200 tilfældigt udvalgte 75-89 årige spurgt om, de brugte internettet til musikstreaming. Svarfordelingen fremgår af nedenstående tabel.

Musikstreaming	Ja	Nej
Procentdel	35	165

- Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at teste om 75-89 årige brug af musikstreaming har samme fordeling efter to år.
- Beregn de forventede værdier under forudsætning af, at nulhypotesen er sand.
- Undersøg om nulhypotesen kan forkastes på et 5% signifikansniveau.

**Opgave 7.5** *IT-værktøj*

30 point

Et casino har et bestemt spil, hvor der udtrækkes en af fem farver. Casinoet oplyser, at hver af farverne har lige stor sandsynlighed. Dennis P. har købt spillet det omtalte spil 30 gange, og han fandt følgende farvefordeling:

Rød	Grøn	Gul	Orange	Blå
4	11	4	7	2

- Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at teste om casinoets oplysninger om farvefordelingen i holder stik.
- Beregn de forventede værdier under forudsætning af, at nulhypotesen er sand.
- Undersøg om nulhypotesen kan forkastes på et 5% signifikansniveau.

# 8

## Facitliste

### Løsning 1.1

$$x = 3 \text{ og } x = -2$$

### Løsning 1.2

$$x = -1 \text{ og } x = 2$$

### Løsning 1.3

Diskriminanten er  $-8$  og da diskriminanten er mindre end  $0$  betyder det at antallet af løsninger til ligningen er  $0$ .

### Løsning 1.4

$$x = -1$$

### Løsning 1.5

$$x = 2$$

### Løsning 1.6

$W = 3T - d$  og værdien af  $d$  når  $W = 3$  og  $T = -2$  er  $-9$ .

### Løsning 1.7

$$x = -1,5 \text{ og } y = -1.$$

### Løsning 1.8

$$2a^2.$$

### Løsning 1.9

$$a^2 + 3b^2$$

### Løsning 1.10

$$a = 3, b = 9 \text{ og } c = -30.$$

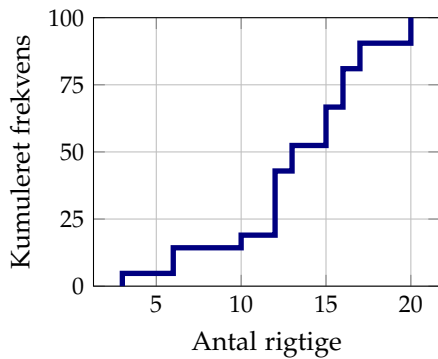
**Løsning 1.11**

Udtrykket kan reduceres til  $a^2 + b^2$  og værdien bliver 13.

**Løsning 2.1**

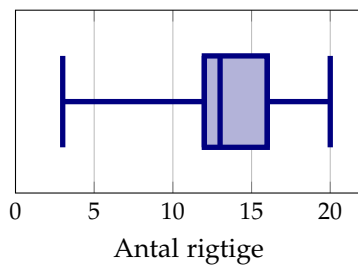
a)

Antal rigtige	3	6	10	12	13	15	16	17	20
Antal elever	1	2	1	5	2	3	3	2	2
Frekvens	4,76	9,52	4,76	23,8	9,52	14,3	14,3	9,52	9,52
Kumulert frekvens	4,76	14,3	19	42,9	52,4	66,7	81	90,5	100



b)

c) Middelværdien er 13,2 rigtige og kvartiler 12, 13 og 16 rigtige.

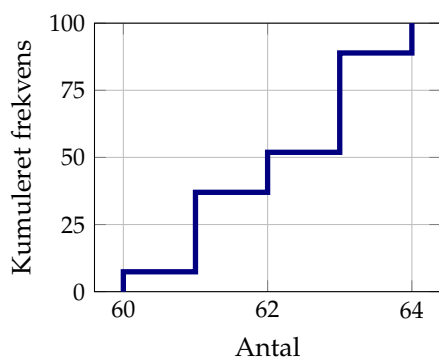




**Løsning 2.2**

a)

Alder (år)	60	61	62	63	64
Antal	2	8	4	10	3
Frekvens (%)	7,4	29,6	14,8	37,0	11,1
Kum. frekvens (%)	7,4	37,0	51,9	88,9	100



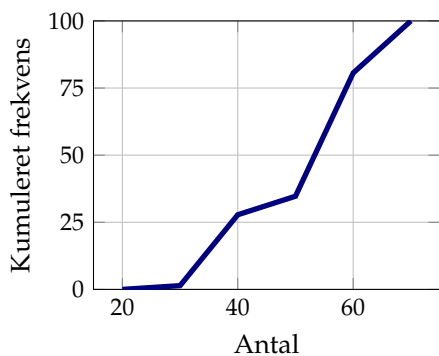
b)

c) Middelværdien er 62,1 år og kvartilsættet er 61, 62, 63 år.

**Løsning 2.3**

a)

Alder	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Antal	1	19	5	33	14
Frekvens (%)	1,4	26,4	6,9	45,8	19,4
Kum. frekvens (%)	1,4	27,8	34,7	80,6	100



b)

c) Middelværdien er 55,6 år og kvartilsættet er 38,9, 53,3 og 58,8 år.

**Løsning 3.1**

$$|AC| = 8 \text{ og } |AB| = 10$$

**Løsning 3.2**

$h = 6$  og arealet er 18.

**Løsning 3.3**

$$|AC| = 3$$

**Løsning 3.4**

$$|DE| = 5$$

**Løsning 3.5**

$$|BC| = 2$$

**Løsning 3.6**

a)  $\angle B = 30^\circ$  og  $|AB| = 9,4$  i trekant  $ABC$ .

b) Vinkelhalveringslinjen fra  $C$  i trekant  $ABC$  er 3,2.

c) Arealet af trekant  $ABC$  er 15,1.

**Løsning 3.7**

- a)  $\angle B = 19^\circ$ .
- b) Arealet af  $ABC$  er 7,8.
- c) Længden af højden fra  $B$  er 5,1.
- d)  $D$  er skæringspunktet mellem højden fra  $B$  og forlængelsen af siden  $AC$ .  $|AD| = 6,1$ .

**Løsning 3.8**

- a)  $|AC| = 8,00$ .
- b) Omkredsen af trekant  $ABC$  er 24,3.
- c)  $\angle C = 99,6^\circ$ .
- d) Længden af vinkelhalveringslinjen for vinkel  $A$  er 8,76.

**Løsning 3.9**

- a)  $|BC| = 4,13$
- b)  $h_B = 4$

**Løsning 3.10**

- a)  $\angle B = 28,1^\circ$  i trekant  $ABC$ .
- b)  $\angle C = 104^\circ$  i trekant  $ABC$ .
- c)  $|AC| = 9,43$ .
- d) Længden af højden fra  $C$  i trekant  $ABC$  er 3,2.
- e) Længden af medianen fra  $A$  i trekant  $ADB$  er 8,9.

**Løsning 4.1**

$$f(2) = 4 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25 = 100$$

**Løsning 4.2**

Ligningen  $f(x) = 5$  har løsningen  $x = -1$  og  $f(-3) = 9$ .

**Løsning 4.3**

$$f(x) = -0,5x - 2.$$

**Løsning 4.4**

$y = 15x + 70$ , hvor  $x$  er antallet af uger Søren har sæt penge ind på sin konto og  $y$  er saldoen på kontoen.

**Løsning 4.5**

Det gør punktet ikke da  $f(12) = 20$  og ikke 10.

**Løsning 4.6**

Da  $B$  er den eneste graf for en aftagende funktion, må det være grafen for  $g$ , da denne funktion er den eneste af de tre, der har en negativ hældningskoefficient.

Da  $C$  skærer 2. akse i et negativ  $y$ -værdi, må  $C$  være grafen for  $f$ , da denne funktion er den eneste af de tre, der har et negativt konstantled.

Da må  $A$  være grafen for  $h$ .

**Løsning 4.7**

$$f(x) = 4 \cdot 2^x$$

**Løsning 4.8**

$$g(x) = 2x + 5$$

**Løsning 4.9**

$$f(x) = 2 \cdot 3^x$$

**Løsning 4.10**

$-200$  betyder, at for hver gang prisen hæves med én krone falder salget med 200 varer.

**Løsning 4.11**

$y = 45x + 600$ , hvor  $x$  er antallet af kasser på traileren og  $y$  er den samlede vægt af traileren.

**Løsning 4.12**

$y = 25 \cdot 1,05^x$ , hvor  $y$  er omsætningen i mio. kr.  $x$  år efter 2013.

**Løsning 4.13**

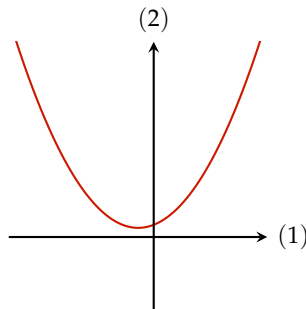
$y = 5x + 120$ , hvor  $x$  er antallet af kager i dåsen og  $y$  er den samlede vægt af kagedåsen med  $x$  kager.

**Løsning 4.14**

$y = 9 \cdot 1,02^x$ , hvor  $y$  er BNP i billioner  $x$  år efter 1990.

**Løsning 4.15**

Da  $a$  er positiv skal grene ved op, da diskriminanten er negativ skærer parabelen ikke 1. akslen, da  $c$  er positiv skærer parabelen 2.



akslen i en positiv værdi.

**Løsning 4.16**

Juletræerne er 25 cm når de bliver plantet og de vokser 50 cm pr. år.

**Løsning 4.17**

1134 viser at der var 1134 mio. indere i 2005 og 1,014 viser at herefter er antallet vokset med 1,4% pr. år.

**Løsning 4.18**

$C$  er konstant voksende og derfor er det  $f$ .  $B$  er lineær og derfor er det  $g$ .  $A$  er en parabel med positiv  $'a'$  og  $'c'$  og derfor er det  $h$ .

**Løsning 4.19**

Da  $'a'$  i  $f(x) = ax^b + b + c$  er positiv skal grenede på parabelen vender op, derfor kan de kun være  $C$  eller  $B$ . Da  $'b'$  i  $f$  er positiv vil hældningen af tangenten til parabelen i parablens skæringspunkt

med 2. akse være positiv, derfor kan de kun være C.

#### Løsning 4.20

Omsætningen i 2010 er 12 mio. kr. og hvert år vokser omsætningen med 2,3 mio. kr.

#### Løsning 4.21

Funktionen med den største fordoblingskonstant vil vokse langsomst, derfor er  $f$  funktionen med den største fordoblingskonstant.

#### Løsning 4.22

$$f(11) = f(3 + 8) = 12 \cdot 2 = 24$$

#### Løsning 4.23

$$f(11) = f(3 + 4 + 4) = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 3$$

#### Løsning 4.24

Fordoblingskonstanten er 4

#### Løsning 4.25

$$b = f(0) = f(4 - 2 - 2) = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 3 \text{ og } y = b \cdot a^x \Rightarrow 12 = 3 \cdot a^4 \Rightarrow 4 = a^4 \Rightarrow 2 = a^2 \Rightarrow \sqrt{2} = a$$

#### Løsning 4.26

- $a = 10,6$  og  $b = 68,8$ .
- 10,6 betyder at delfiner vokser med 10,6 cm pr. år når den er mellem 2 og 6 år, og 68,8 betyder at delfiner er 68,8 cm når den er 2 år (i gennemsnit).
- Den længste delfin der er fanget var 140 cm, ifølge modellen er den 10,5 år.
- Længden af en delfin på 15 år, er ifølge modellen 228 cm.

#### Løsning 4.27

- $f(x) = 447 \cdot 0,965^x$
- 0,965 betyder at danskernes forbrug af øl falder med 3,6% om året (i gennemsnit).

- c) Danskernes forbrug af øl i 2020 ifølge modellen vil være 278 mio. liter.
- d) I 2029 vil danskernes forbrug af øl komme under 200 mio. liter.

**Løsning 4.28**

- a)  $f(x) = 3249 \cdot 1,06^x$ , hvor  $x$  er antallet af år siden 2010 og  $f(x)$  er antallet af robotter under 10 år.
- b)  $a$  betyder at antallet af robotter vokser med 6% om året.
- c) Antallet af robotter i 2020 vil være 5852 og antallet af robotter vil overstige 10 000 i år 2030.
- d) Fordoblingstiden for antallet af robotter er 11,8 år.

**Løsning 4.29**

- a) Bestem halveringstiden for den modtagne strålingsdosis pr år er 3,1 år.
- b) 0,8 betyder at strålingsdosis aftager med 20% pr. år og 700 betyder at strålingsdosis umiddelbart efter ulykken er 700 millisivert pr år.
- c) Strålingen kommer ned på 90 millisivert pr. år efter 9,2 år.

**Løsning 4.30**

- a)  $a = 0,73$  og  $b = 1,3$ .
- b) Alderen af en musling der er 20,4 cm, er ifølge modellen 46 år.
- c) En muslings skal er 25% længere end en anden muslings skal, er denne musling er 36% ældre.

**Løsning 4.31**

- a)  $a = 1,64$  og  $b = 0,0163$ .
- b) Det tager 437 minutter at samle en figur med 500 klodser.
- c) På 60 minutter kan en person samle en figur med 149 klodser.
- d) En person har to legofigurer A og B. Figur A har dobbelt så mange klodser som figur B. Det tager 312 % af tiden det tog at samle figur B at samle figur A.

**Løsning 4.32**

- a)  $a = 3,0$  og  $b = 0,018$ .
- b) Marmande tomat der har en omkreds på 20 cm vil i følge modellen veje 146 g.
- c) En Gemini tomat vejer 34 % mindre end en Elim tomat, dens omkreds er 13 % mindre.

**Løsning 4.33**

En ligning for parablen kan være  $y = \frac{4}{25}x^2 - \frac{8}{5}x$

**Løsning 4.34**

$$a = -1/2, b = 3, c = -5/2$$

**Løsning 4.35**

Forskriften for  $f(x) = 0,000595x^2 - 0,512x + 180$

**Løsning 5.1**

Toppunkt: (1,9)

**Løsning 5.2**

C er grafen for  $f$  og B er grafen for  $f'$  og A må derfor være grafen for  $g$ .

**Løsning 5.3**

$$f'(x) = 15x^2 + 18x - 7 \text{ og } f'(1) = 26.$$



**Løsning 5.4**

$$f'(x) = e^x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ og } f'(1) = e + \frac{1}{2}.$$

**Løsning 5.5**

Ligningen for tangenten er  $y = x + 2$ .

**Løsning 5.6**

$f$  er vokende i intervallet  $]0,1]$  og aftagende i intervallet  $[1,\infty[$ .

**Løsning 5.7**

$N'(8) = 2$ , antallet af individer vokser med 2 pr. døgn i det 8. døgn.

**Løsning 5.8**

Ligningen for tangenten er  $y = 8x - 4$ .

**Løsning 5.9**

$f$  er voksende i intervallet  $] - \infty, - 1]$  og  $[2,\infty[$  og aftagende i intervallet  $[-1,2]$ .

**Løsning 5.10**

$f$  er vokende i intervallet  $]0,\frac{1}{2}]$  og aftagende i intervallet  $[\frac{1}{2},\infty[$

**Løsning 5.11**

Efter 4 dage bliver der 20 nye tilfælde af smittede pr. dag.

**Løsning 5.12**

- a) 1856 individer.
- b) År 2019
- c)  $f'(10) = 42,8$  dvs. i år 2025 vokser antallet af individer med 42,8 individer pr. år.

**Løsning 5.13**

- a) 17 år.
- b) 13,9 g
- c) Efter 5 år bliver mængden af radioaktivt stof 0,36 g mindre pr. år.

**Løsning 5.14**

- a) 6 år.
- b) 1226 par.
- c) Efter 3 år vokser antallet af ynglende fugle par med 111 par pr. år.

**Løsning 5.15**

- a) 266 næsehorn
- b)  $f'(8) = 162.756$  dvs i år 2014 er væksthastigheden af antallet af næsehorn der bliver skudt 163.
- c) I år 2012.

**Løsning 5.16**

- a)  $y = -2x - 2$
- b) 3,02
- c) Funktionen er aftagende i intervallet  $]0,1.57]$  og voksende i intervallet  $[1.57, \infty[$ .
- d) Minimumsstedet er 1,57 og minimumsværdien -4,598.

**Løsning 5.17**

- a)  $y = -9x + 2$
- b) 0,577, 4,656, -2,233
- c) Funktionen er aftagende i intervallerne  $] - \infty, -2.233]$  og  $[0.577, 4.656]$  og voksende i intervallerne  $[-2.233, 0.577]$  og  $[4.656, \infty[$ .

**Løsning 5.18**

a)  $y = 50 - x$

b)  $A(x) = -x^2 + 55x - 484$

c) Bredden er 27,5 cm og højden er 22,5.

**Løsning 5.19**

a)  $A(x) = x^2 - 350x + 30000$

b)  $x = 31,4$

**Løsning 6.1**

$g$  er stamfunktion for  $f$  da  $f$  har nulpunkt i  $-\frac{2}{3}$  og er positiv for større og negativ for mindre  $x$ -værdier og  $g$  har minimum i  $-\frac{2}{3}$  og er voksende for større og aftagende for mindre  $x$ -værdier.

**Løsning 6.2**

$$\int_1^2 f(x)dx = 6.$$

**Løsning 6.3**

$\int_0^5 f(x)dx$  er arealet af den punktmængde der er afgrænset af akserne og grafen for  $f$ . Arealet af det skraverede område er  $12,5 - 7,5 = 5$ .

**Løsning 6.4**

$$F(x) = 2x^3 - 4x^2 + 13$$

**Løsning 6.5**

30

**Løsning 6.6**

$$F(x) = e^x + x^2 - 5 - e^2$$

**Løsning 6.7** $e$

**Løsning 6.8**

Arealet af  $M$  er 12.

**Løsning 6.9**

Arealet af  $M$  er 9.

**Løsning 6.10**

Arealet af  $M$  er 32.

**Løsning 6.11**

Arealet af  $M$  er 4.

**Løsning 6.12**

$$F(x) = x^3 + \ln(x) + 2$$

**Løsning 6.13**

Arealet af  $M$  er 6.

**Løsning 6.14**

$$F(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 6.$$

**Løsning 6.15**

- a) Skæringspunkterne er -4 og 4.
- b) Arealet er 128.

**Løsning 6.16**

- a) Skæringspunkterne er -2 og 2
- b) Arealet er  $\frac{64}{3} \approx 21,3$

**Løsning 6.17**

- a) Skæringspunkterne er -3 og 0.
- b) Arealet af  $M$  er  $\frac{3}{2} = 1,5$

**Løsning 6.18**

- a) Skæringspunkterne med  $x$ -aksen er 0 og 4
- b) Arealet af  $M$  er  $\frac{32}{2} \approx 10,7$

**Løsning 6.19**

- a) Skæringspunktet mellem  $f$  og  $g$  er 1 og skæringspunktet mellem  $g$  og  $x$ -aksen er 4.
- b) Arealet af  $M$  er 7 og arealet af  $N$  er 41

**Løsning 6.20**

Skæringspunktet mellem  $f$  og  $g$  er (1,2) og arealet af  $M$  er  $\frac{1}{3}$

**Løsning 6.21**

Stamfunktionen bliver  $F(x) = x^3 + 4x - 2$

**Løsning 7.1**

- a) Nulhypotesen er, at aldersfordelingen af 165 tilfældigt udvalgte 20-70-årige fra fyn har samme fordeling som alle danskere.
- b) De forventede værdier, hvis aldersfordelingen af 165 tilfældigt udvalgte 20-70-årige fra fyn har samme fordeling som hele landet, er

Alder	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Procentdel	29,865	33,495	33,495	33	31,35

- c) Ved en  $\chi^2$ -test (GOF) blev  $p$ -værdien 0,03 og derfor kan nulhypotesen forkastes på et 5 % signifikansniveau.
- d) Aldersgruppen 40-50 årige giver det største bidrag på 5,0, hvilket betyder at der er markant flere 40-50 årige på fyn, sammenlignet med hele landet.

**Løsning 7.2**

- a) Nulhypotesen er, at bopæl og om man fortrækker øl A eller øl B er uafhængig.
- b) De forventede værdier, hvis bopæl og om man fortrækker øl A eller øl B er uafhængig, er

	A er bedst	B er bedst
Lolland	38,458	17,542
Sjælland	75,542	34,458

c) Ved en  $\chi^2$ -test (Utest) blev  $p$ -værdien 0,02 og derfor kan nulhypotesen forkastes på et 5 % signifikansniveau.

### Løsning 7.3

a) Nulhypotesen er, at køb af økologisk/ikke økologisk ansigtscream og økologisk/ikke økologisk er uafhængigt.

b) De forventede værdier, hvis køb af økologisk/ikke økologisk ansigtscream og økologisk/ikke økologisk er uafhængigt.

	Ikke økologisk hårfarve	Økologisk hårfarve
Ikke økologisk ansigtscream	82,953	69,047
Økologisk ansigtscream	90,047	74,953

c) Ved en  $\chi^2$ -test (Utest) blev  $p$ -værdien 0,11 og derfor kan nulhypotesen ikke forkastes på et 5 % signifikansniveau.

### Løsning 7.4

a) Nulhypotesen er, at 75-89 årige brug af musikstreaming har samme fordeling efter to år.

b) De forventede værdier, hvis 75-89 årige brug af musikstreaming har samme fordeling efter to år, er

Musikstreaming	Ja	Nej
Procentdel	22	178

c) Ved en  $\chi^2$ -test (GOF) blev  $p$ -værdien 0,02 og derfor kan nulhypotesen forkastes på et 5 % signifikansniveau.

### Løsning 7.5

a) Nulhypotesen er, at hver farve fremkommer lige mange gange.

b) De forventede værdier hvis hver farve skal fremkomme lige mange gange er

Rød	Grøn	Gul	Orange	Blå
6	6	6	6	6

c) Ved en  $\chi^2$ -test (GOF) blev  $p$ -værdien 0,08 og derfor kan nulhypotesen ikke forkastes på et 5% signifikansniveau.

Har du brug for hjælp kan du søge efter den på min youtube kanal, hvor du også er velkommen til at kommentere og stille spørgsmål.



<https://www.youtube.com/dennispipenbring>

På min hjemmeside



<http://matx.dk>

kan du finde mange flere opgaver med facit og andre materialer.