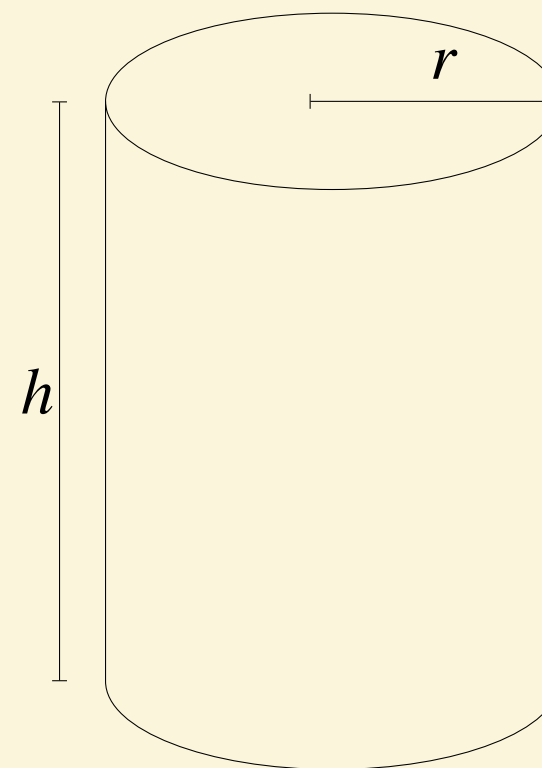


En funktion $f(x) = y$ betyder at variabelen y afhænger af en enkelt variabel x . En funktion $f(x, y) = z$ betyder at variabelen z afhænger af to variable x og y .

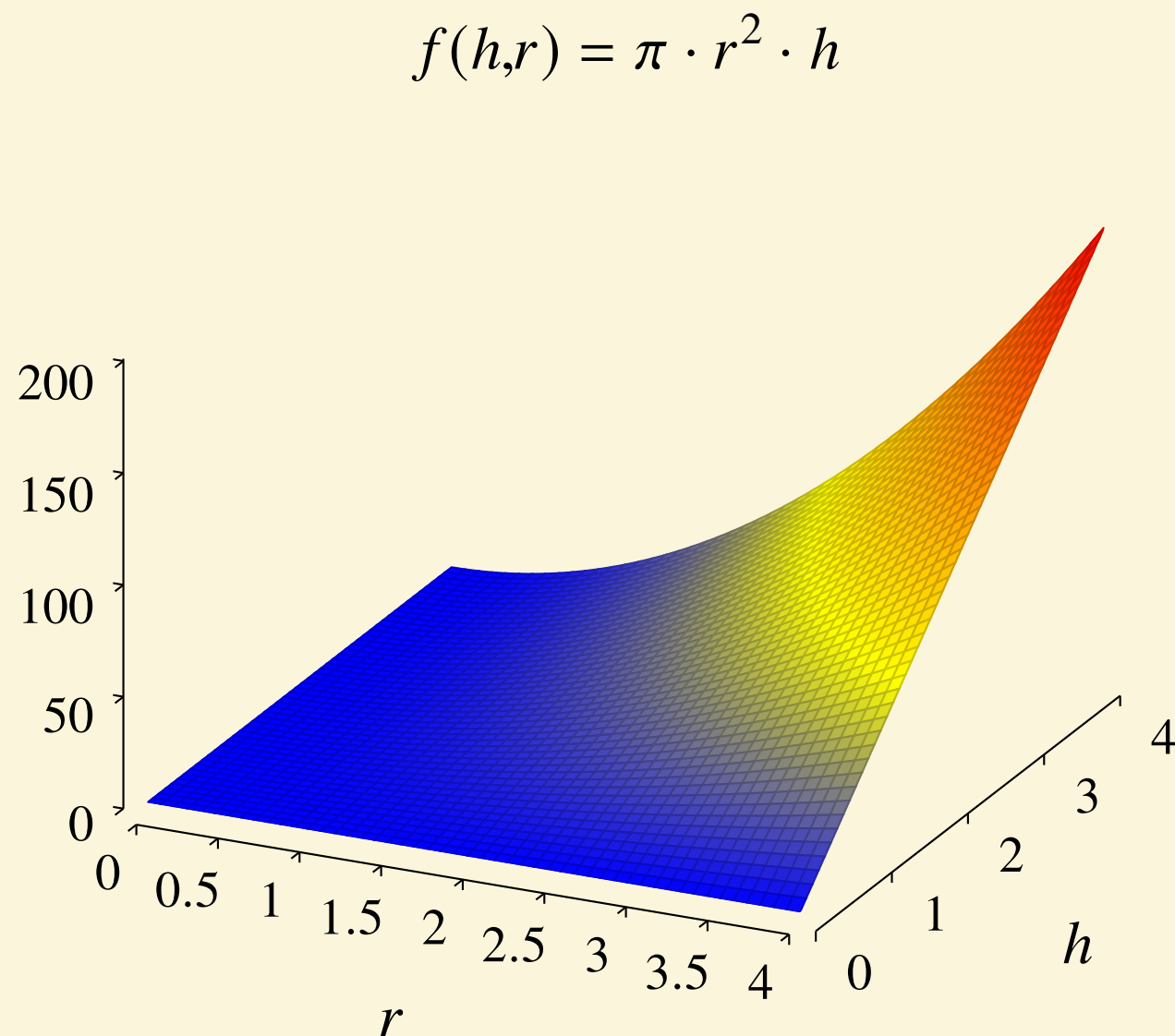
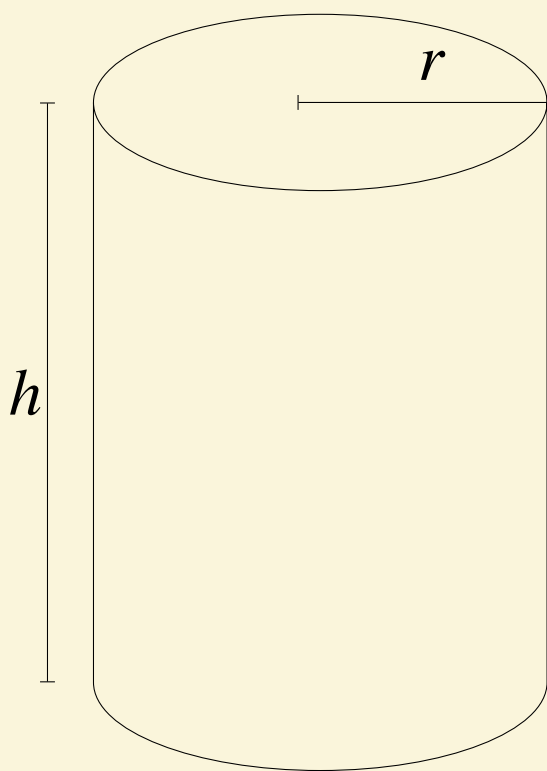
Volumen af en cylinder skrives som en funktion af de to variable højden h og radius r
 $V = f(h, r)$ hvor

$$f(h, r) = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



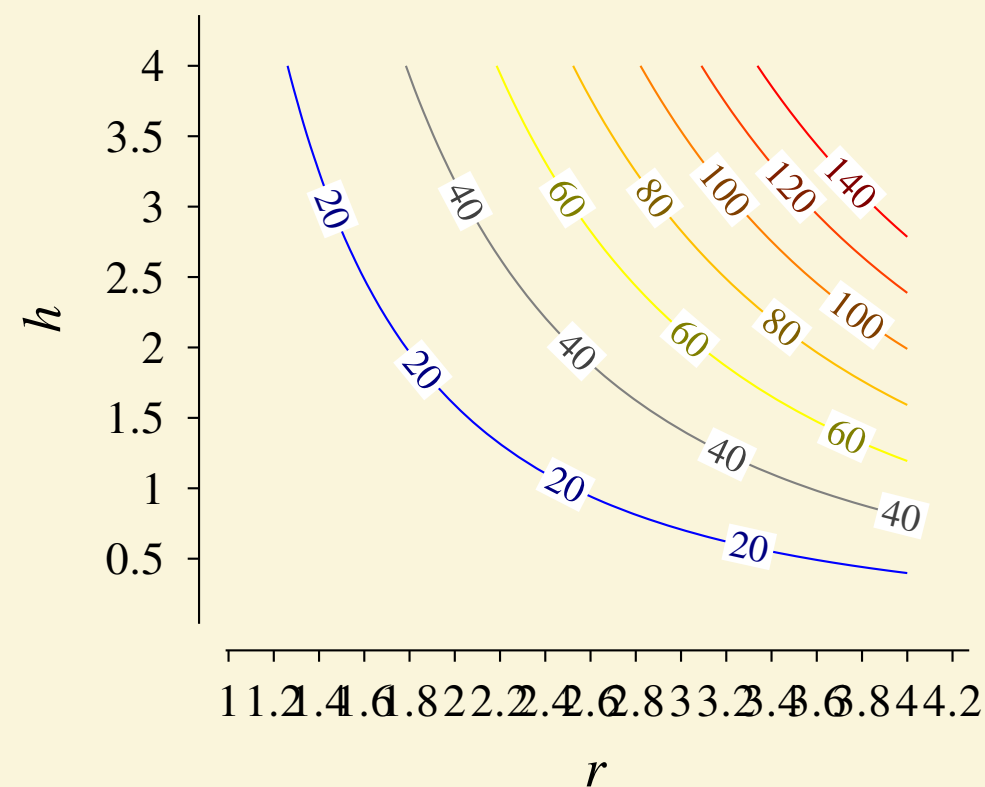
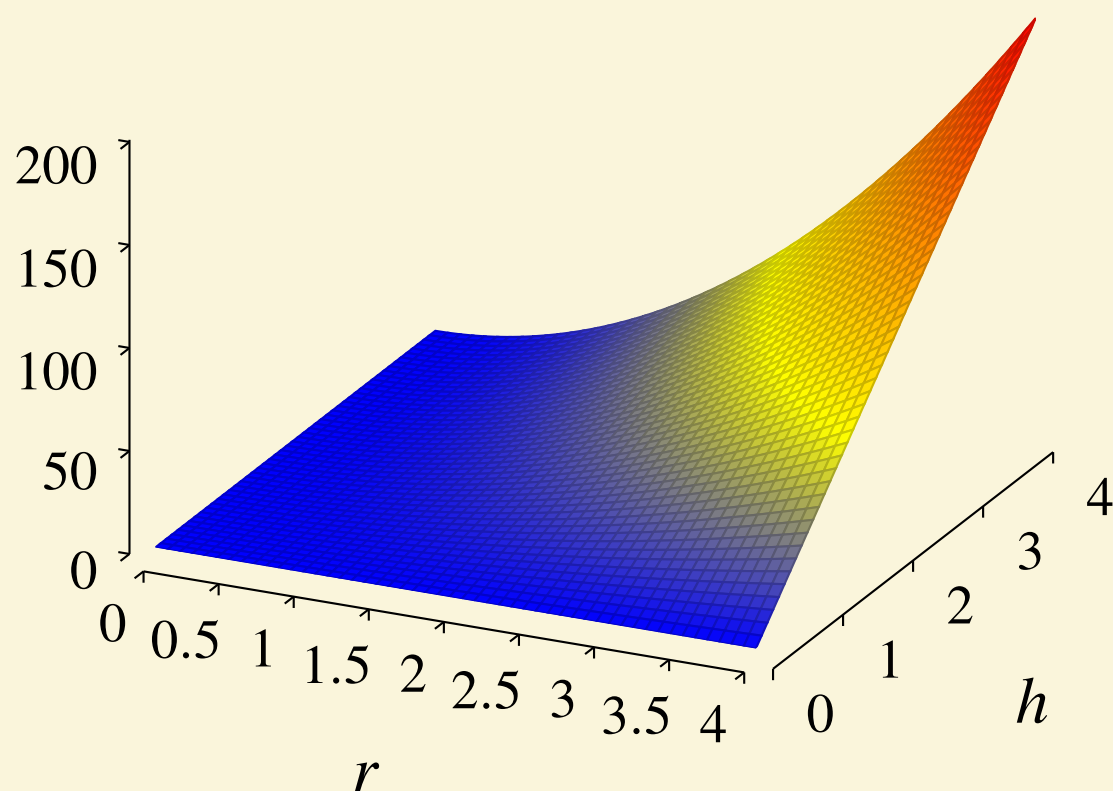
Volumen af en cylinder skrives som en funktion af de to variable højden h og radius r
 $V = f(h,r)$ hvor

$$f(h,r) = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Volumen af en cylinder skrives som en funktion af de to variable højden h og radius r
 $V = f(h,r)$ hvor

$$f(h,r) = \pi \cdot r^2 \cdot h$$



Volumen af en cylinder skrives som en funktion af de to variable højden h og radius r
 $V = f(h,r)$ hvor

$$f(h,r) = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

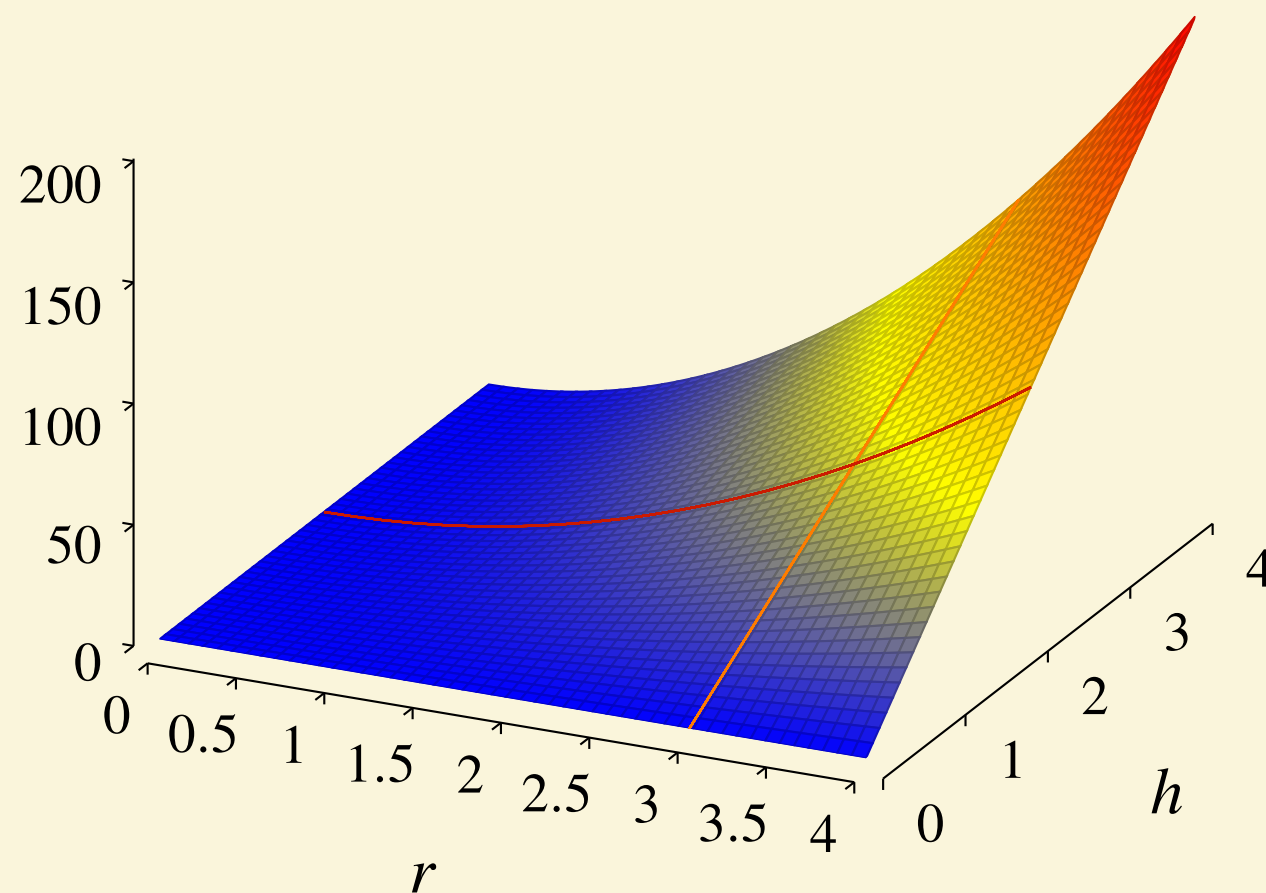
Snitkurve for

$$f(h,3) = \pi \cdot 3^2 \cdot h$$

og

$$f(2,r) = \pi \cdot r^2 \cdot 2$$

Snitkurver



$$f'_x(x,y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h,y) - f(x,y)}{h}$$

$$f'_y(x,y) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(x,y+k) - f(x,y)}{k}$$

$$f(x,y) = x^2y + 5xy + 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = f'_x(x,y) = 2xy + 5y$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) = f'_y(x,y) = x^2 + 5x$$

$$\frac{\partial}{\partial x \partial x} f(x,y) = f''_{xx}(x,y) = 2y$$

$$\frac{\partial}{\partial y \partial y} f(x,y) = f''_{yy}(x,y) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x \partial y} f(x,y) = f''_{xy}(x,y) = 2x + 5$$

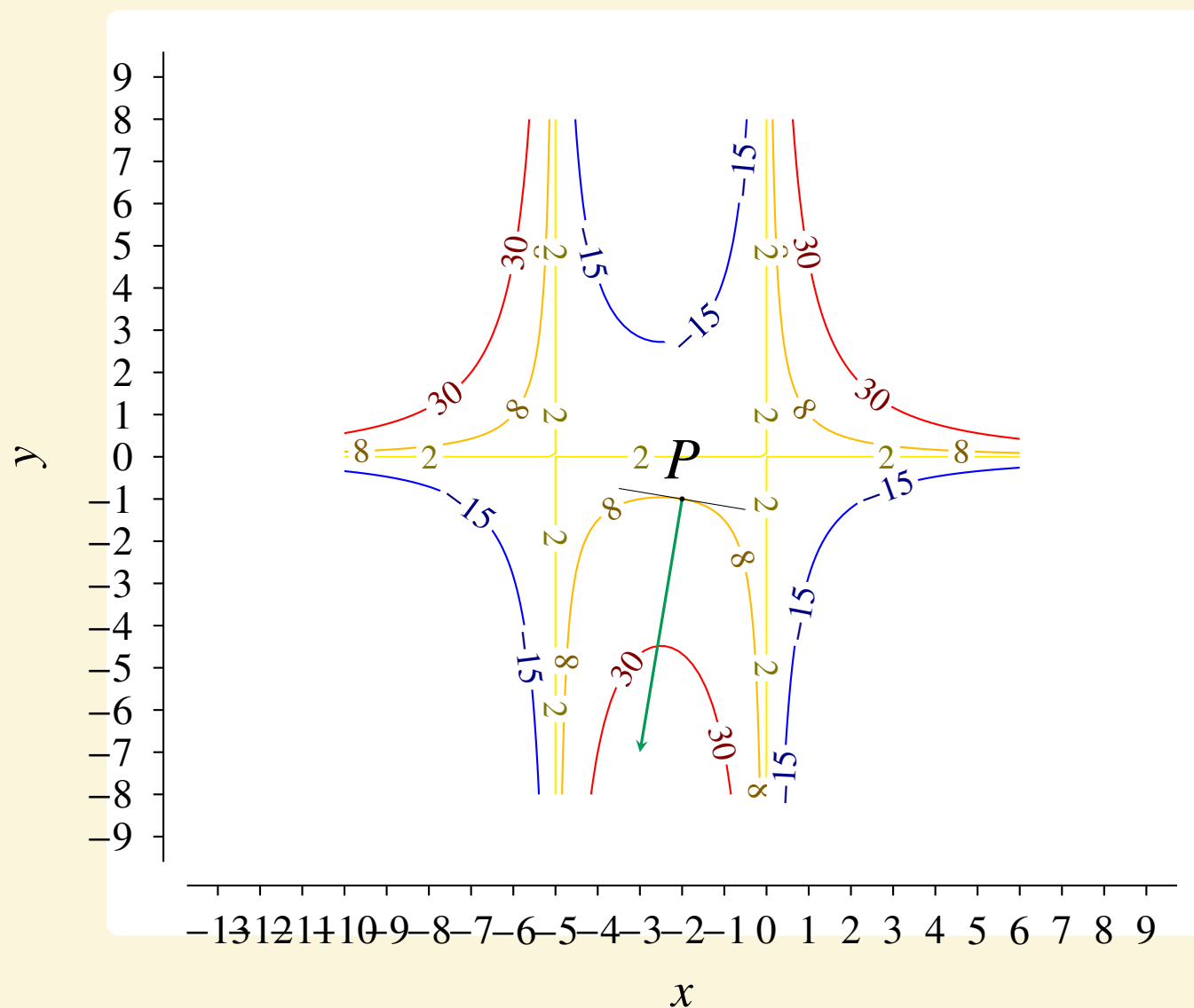
Gradienten er defineret som

$$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} f'_x(x,y) \\ f'_y(x,y) \end{pmatrix}$$

$f(x,y) = x^2y + 5xy + 2$ har følgende gradient i $P(-2, -1, 8)$.

$$\nabla f(x,y) = \begin{pmatrix} 2xy + 5y \\ x^2 + 5x \end{pmatrix} \quad \nabla f(-2, -1) = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Gradienten i et punkt $P(a, b, f(a, b))$ står vinkelret på niveaukurven for funktionen $f(x, y) = f(a, b)$



$P(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ er et stationært punkt for f hvis gradienten er nulvektoren i dette punkt. For at udregne om det stationære punkt P er et maksimum, et minimum, et saddelpunkt eller ingen af delene bestemmes r , s og t .

$$r = f''_{xx}(x_0, y_0)$$

$$s = f''_{xy}(x_0, y_0) = f''_{yx}(x_0, y_0)$$

$$t = f''_{yy}(x_0, y_0)$$

Derefter udregnes diskriminanten

$$D = r \cdot t - s^2$$

Hvis $D < 0$ er P et saddelpunkt. Hvis $D = 0$ er P inden af delene. Hvis $D > 0$ og $r > 0$ er det et lokalt minimum. Hvis $D > 0$ og $r < 0$ er det et lokalt maksimum.

For at udregne om det stationære punkt P er et maksimum, et minimum, et saddelpunkt eller ingen af delene bestemmes r , s og t .

$$r = f''_{xx}(x_0, y_0)$$

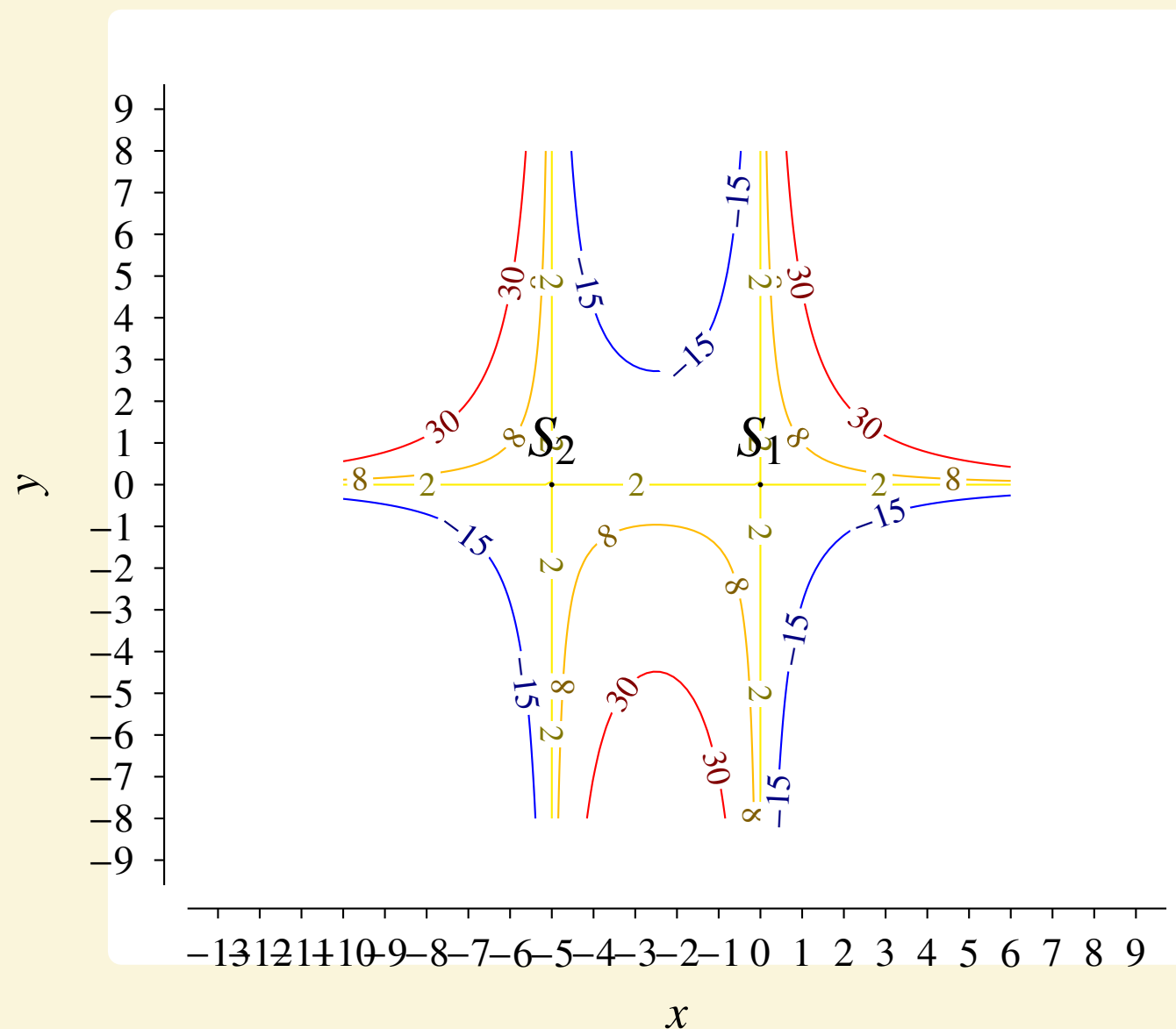
$$s = f''_{xy}(x_0, y_0) = f''_{yx}(x_0, y_0)$$

$$t = f''_{yy}(x_0, y_0)$$

Derefter udregnes diskriminanten

$$D = r \cdot t - s^2$$

Hvis $D < 0$ er P et saddelpunkt. Hvis $D = 0$ er P inden af delene. Hvis $D > 0$ og $r > 0$ er det et lokalt minimum. Hvis $D > 0$ og $r < 0$ er det et lokalt maksimum.



For at udregne om det stationære punkt P er et maksimum, et minimum, et saddelpunkt eller ingen af delene bestemmes r, s og t .

$$r = f''_{xx}(x_0, y_0)$$

$$s = f''_{xy}(x_0, y_0) = f''_{yx}(x_0, y_0)$$

$$t = f''_{yy}(x_0, y_0)$$

Derefter udregnes diskriminanten

$$D = r \cdot t - s^2$$

Hvis $D < 0$ er P et saddelpunkt. Hvis $D = 0$ er P inden af delene. Hvis $D > 0$ og $r > 0$ er det et lokalt minimum. Hvis $D > 0$ og $r < 0$ er det et lokalt maksimum.

$$f(x, y) = x^2y + 5xy + 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = f''_{xx}(x, y) = 2y$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = f''_{xy}(x, y) = 2x + 5$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) = f''_{yy}(x, y) = 0$$

$$S_1(0, 0, 2)$$

$$r = f''_{xx}(0, 0) = 0$$

$$s = f''_{xy}(0, 0) = 5$$

$$t = f''_{yy}(0, 0) = 0$$

$$D = 0 \cdot 0 - 5^2 = -25$$

For at udregne om det stationære punkt P er et maksimum, et minimum, et saddelpunkt eller ingen af delene bestemmes r , s og t .

$$r = f''_{xx}(x_0, y_0)$$

$$s = f''_{xy}(x_0, y_0) = f''_{yx}(x_0, y_0)$$

$$t = f''_{yy}(x_0, y_0)$$

Derefter udregnes diskriminanten

$$D = r \cdot t - s^2$$

Hvis $D < 0$ er P et saddelpunkt. Hvis $D = 0$ er P inden af delene. Hvis $D > 0$ og $r > 0$ er det et lokalt minimum. Hvis $D > 0$ og $r < 0$ er det et lokalt maksimum.

$$f(x, y) = x^2y + 5xy + 2$$

$$\frac{\partial}{\partial x \partial x} f(x, y) = f''_{xx}(x, y) = 2y$$

$$\frac{\partial}{\partial x \partial y} f(x, y) = f''_{xy}(x, y) = 2x + 5$$

$$\frac{\partial}{\partial y \partial y} f(x, y) = f''_{yy}(x, y) = 0$$

$$S_2(-5, 0, 2)$$

$$r = f''_{xx}(-5, 0) = 0$$

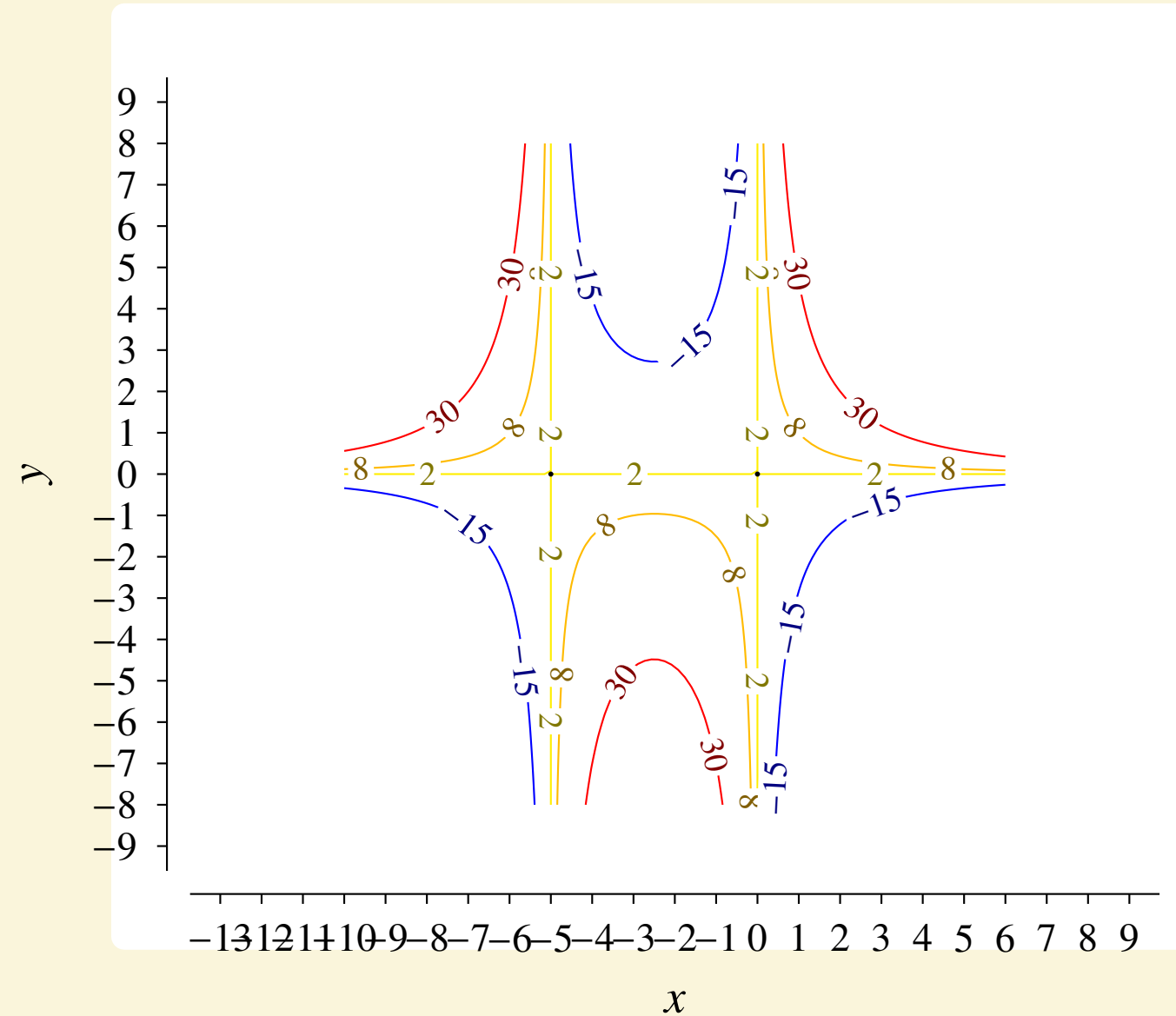
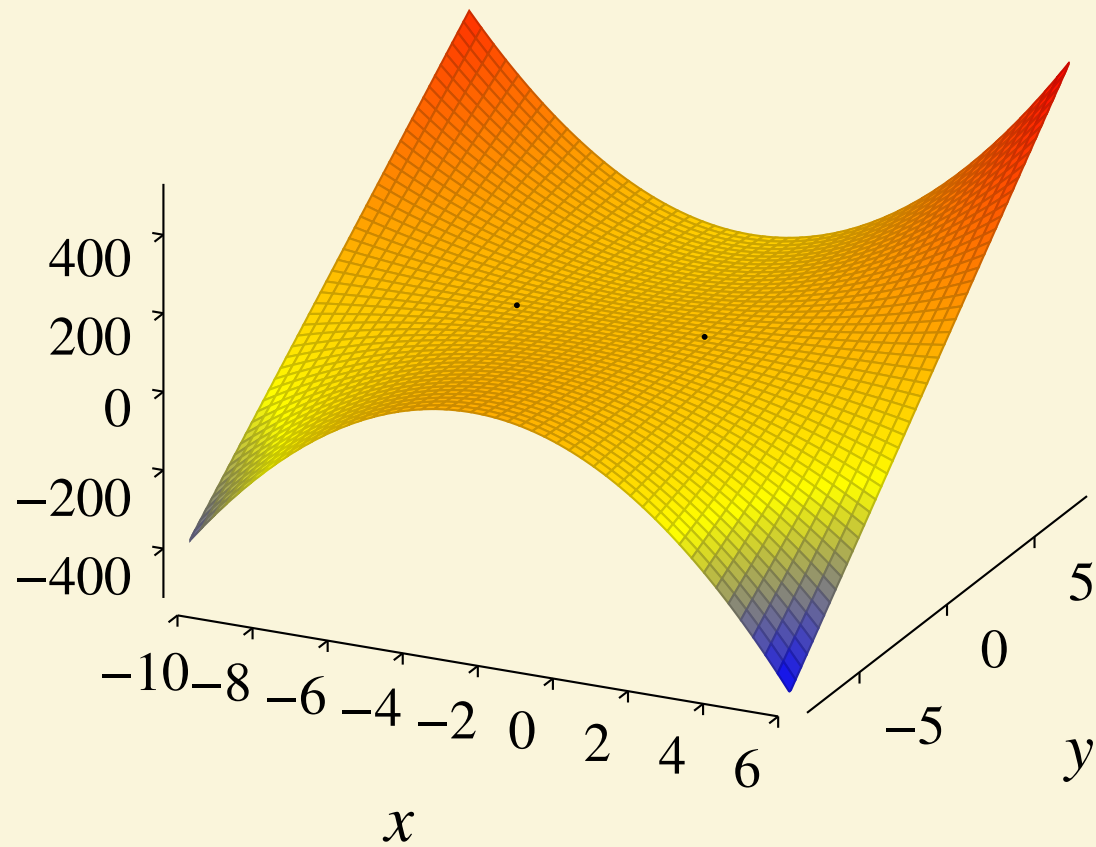
$$s = f''_{xy}(-5, 0) = -5$$

$$t = f''_{yy}(-5, 0) = 0$$

$$D = 0 \cdot 0 - (-5)^2 = -25$$

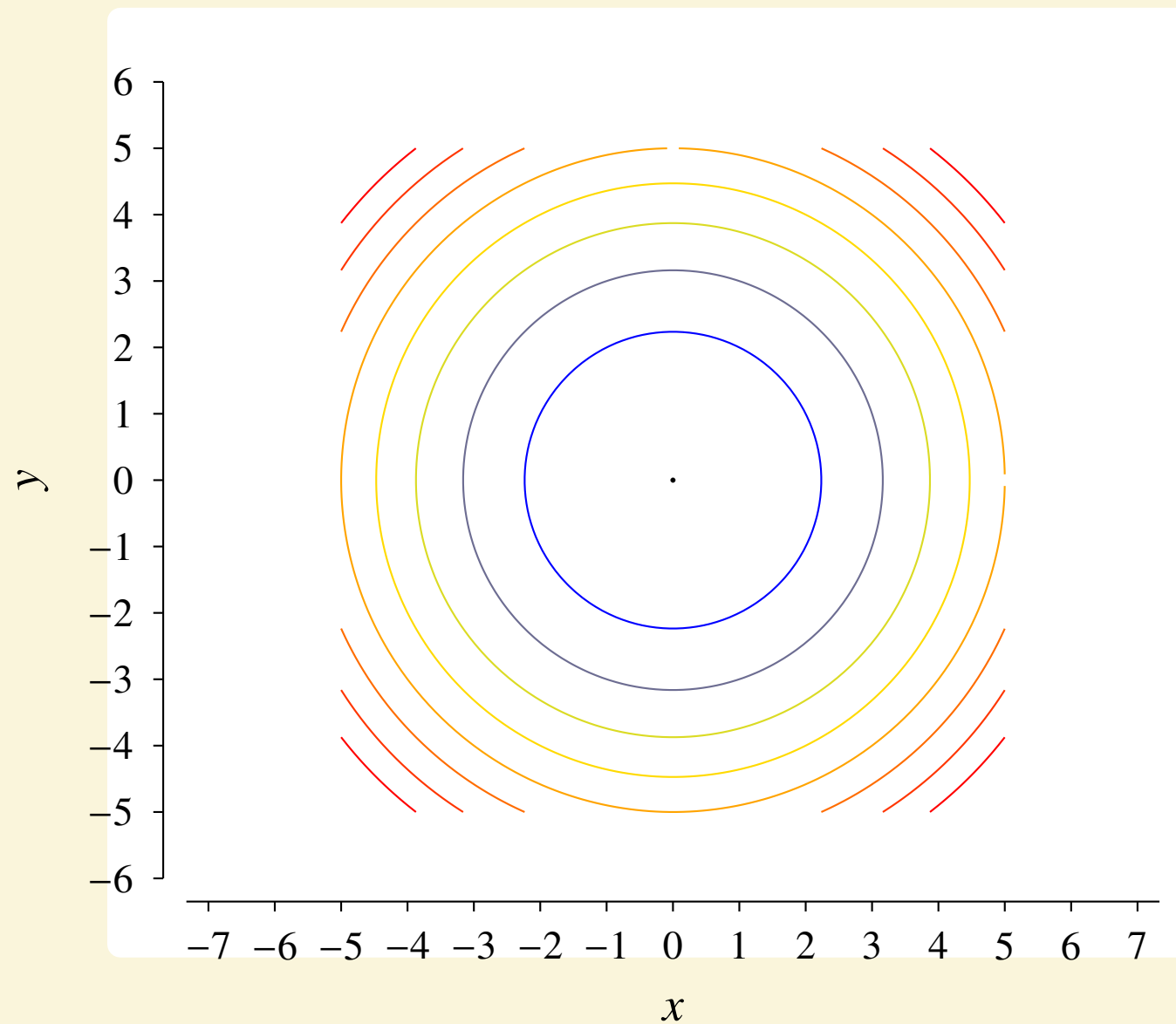
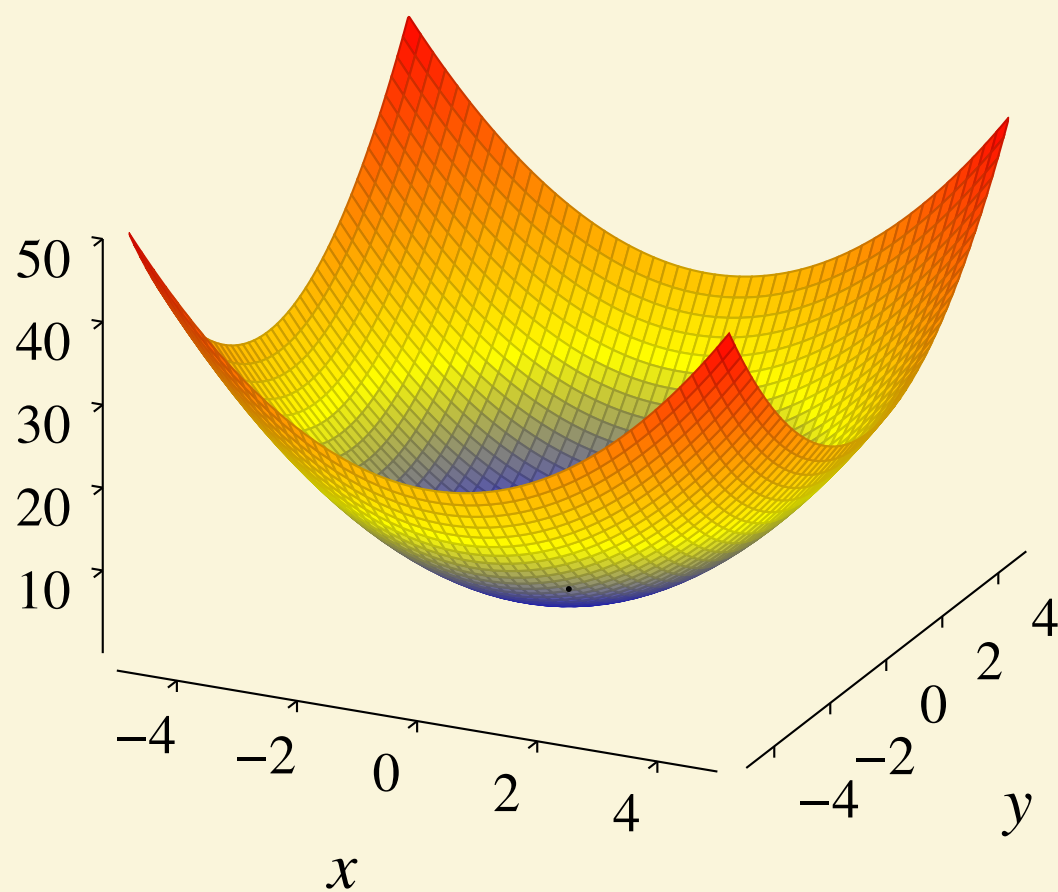
Stationære punkter - saddelpunkt

11. april 2020



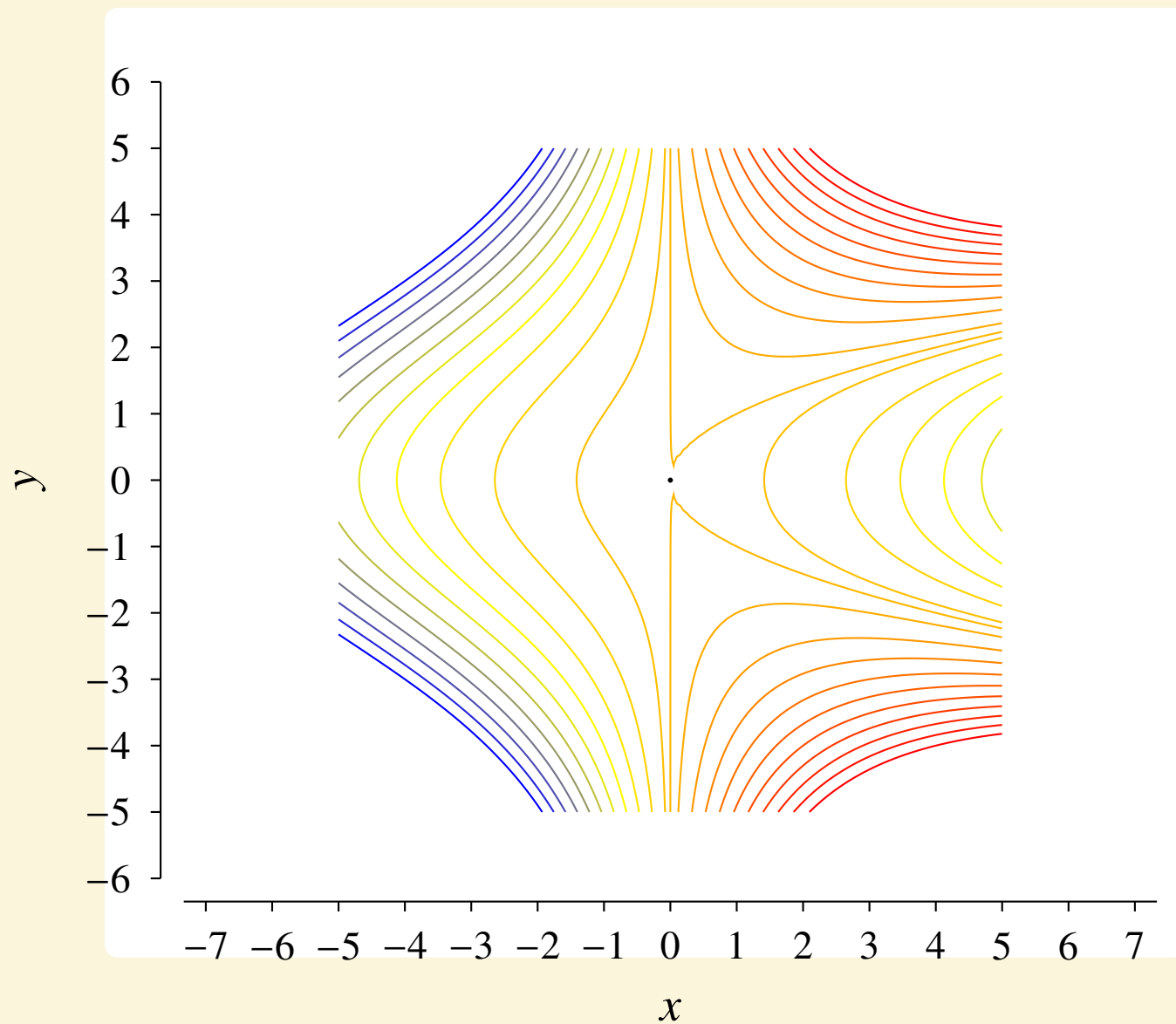
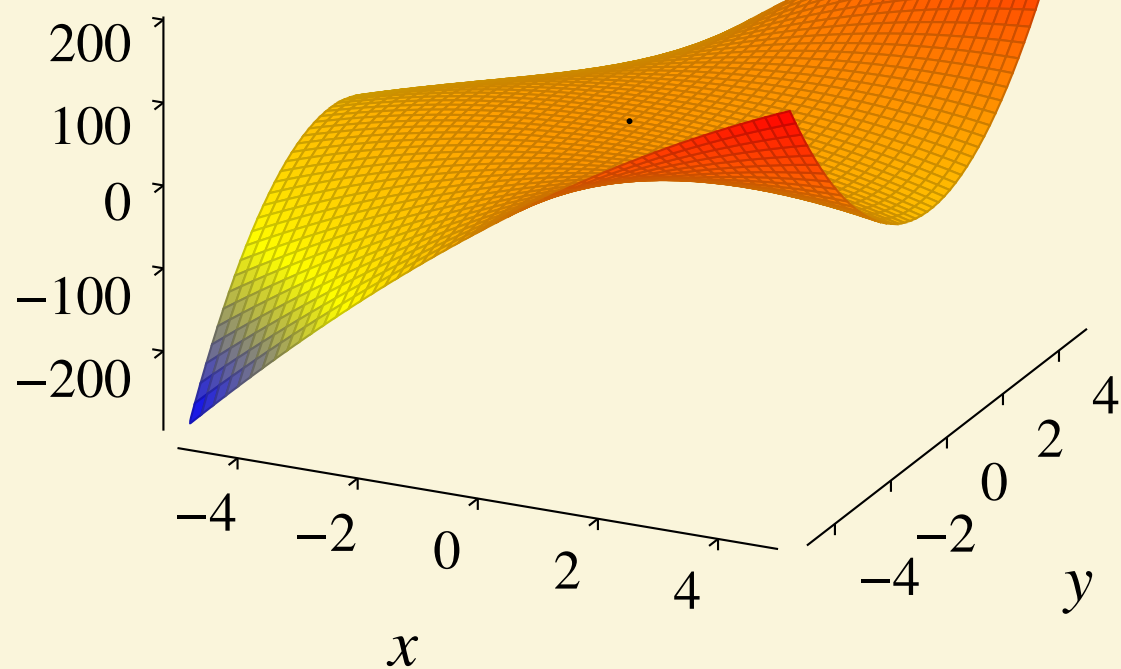
Stationære punkter - minimum

11. april 2020



Stationære punkter - andet

11. april 2020



Stationære punkter - maksimum

11. april 2020

