Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Binomialtest - binomialsandsynligheder

13. september 2019

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X=a)=K(n,a)\cdot p^n\cdot(1-p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.

Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1-p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

$P(X = 20)$ er sandsynligheden for at netop 20 frø vil spire.

Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

$P(X = 20)$ er sandsynligheden for at netop 20 frø vil spire.
Denne sandsynlighed kan beregnes med binomialformlen

$$P(X = 20) = K(25,20) \cdot 0.85^{20} \cdot (1 - 0.85)^{25-20} = 0.16$$

Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

$P(X = 20)$ er sandsynligheden for at netop 20 frø vil spire.
Denne sandsynlighed kan beregnes med binomialformlen

$$P(X = 20) = K(25,20) \cdot 0.85^{20} \cdot (1 - 0.85)^{25-20} = 0.16$$

Der er altså 16% sandsynlighed for at netop 20 frø vil spire.

Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

$P(X \leq 20)$ er sandsynligheden for at mindst 20 frø vil spire.

Binomialtest - binomialsandsynligheder

13. september 2019

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

$P(X \leq 20)$ er sandsynligheden for at mindst 20 frø vil spire.
Denne sandsynlighed kan også beregnes med binomialformlen

$$\sum_{a=0}^{20} P(X = a) = 0.32$$

Binomialtest - binomialsandsynligheder

Binomialsandsynligheder beregnes med formlen

$$P(X = a) = K(n,a) \cdot p^n \cdot (1 - p)^{n-a}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

$P(X \leq 20)$ er sandsynligheden for at mindst 20 frø vil spire.
Denne sandsynlighed kan også beregnes med binomialformlen

$$\sum_{a=0}^{20} P(X = a) = 0.32$$

Der er altså 32% sandsynlighed for at mindst 20 frø vil spire.

Binomialtest - middelværdi og spredning

Middelværdien er

$$\mu = n \cdot p$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Binomialtest - middelværdi og spredning

Middelværdien er

$$\mu = n \cdot p$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Binomialtest - middelværdi og spredning

13. september 2019

Middelværdien er

$$\mu = n \cdot p$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Binomialtest - middelværdi og spredning

Middelværdien er

$$\mu = n \cdot p$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

n er antalsparameteren, p er sandsynligheds-parameteren og a er antallet af succeser.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{25 \cdot 0.85 \cdot (1 - 0.85)} = 1.785$$

Binomialtest - det mest sandsynlige udfald

13. september 2019

Det mest sandsynlige udfald er $\mu + p$ rundet ned, med mindre $\mu + p$ er et helt tal. Så er $\mu + p$ og $\mu + p - 1$ de to mest sandsynlige udfald.

Binomialtest - det mest sandsynlige udfald

Det mest sandsynlige udfald er $\mu + p$ rundet ned, med mindre $\mu + p$ er et helt tal. Så er $\mu + p$ og $\mu + p - 1$ de to mest sandsynlige udfald.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Binomialtest - det mest sandsynlige udfald

Det mest sandsynlige udfald er $\mu + p$ rundet ned, med mindre $\mu + p$ er et helt tal. Så er $\mu + p$ og $\mu + p - 1$ de to mest sandsynlige udfald.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Binomialtest - det mest sandsynlige udfald

Det mest sandsynlige udfald er $\mu + p$ rundet ned, med mindre $\mu + p$ er et helt tal. Så er $\mu + p$ og $\mu + p - 1$ de to mest sandsynlige udfald.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Det mest sandsynlige udfald kan beregnes ved først at beregne

$$\mu + p = 21.25 + 0.85 = 22.10$$

Da det ikke er en helt tal rundes tallet ned til 22, som er det mest sandsynlige antal frø der vil spire.

Binomialtest - nulhypotesen

Nulhypotesen i en binomialtest er, at fordelingen er en binomialfordeling med sandsynligheds- og antalsparameteren som oplyst.

Binomialtest - nulhypotesen

13. september 2019

Nulhypotesen i en binomialtest er, at fordelingen er en binomialfordeling med sandsynligheds- og antalsparameteren som oplyst.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Binomialtest - nulhypotesen

Nulhypotesen i en binomialtest er, at fordelingen er en binomialfordeling med sandsynligheds- og antalsparameteren som oplyst.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Nulhypotesen for om kontrakten er korrekt er: Det forventes, at 85% af alle de købte frø vil spire.

Binomialtest - nulhypotesen

Nulhypotesen i en binomialtest er, at fordelingen er en binomialfordeling med sandsynligheds- og antalsparameteren som oplyst.

Lotte køber nogle frø. I kontrakten stå der at 85% af frøene vil spire. Der er kun to mulige udfald når Lotte sår sine frø. Frøene kan spire eller ikke, derfor kan sandsynlighederne beregnes med en binomialmodel. Lotte sår 25 frø.
I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren.

Nulhypotesen for om kontrakten er korrekt er: Det forventes, at 85% af alle de købte frø vil spire.
De forventede værdier for de 25 frø Lotte har sået er at

$$0.85 \cdot 25 = 21.25$$

frø vil spire og

$$(1 - 0.85) \cdot 25 = 3.75$$

frø ikke vil spire.

Binomialtest - konfidensinterval

Normalfordelingsapproksimation til binomialfordelt stokastisk variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

er en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi μ og spredning σ.
Et udfald kaldes normalt hvis det ligger indenfor intervallet.

Binomialtest - konfidensinterval

13. september 2019

Normalfordelingsapproksimation til binomialfordelt stokastisk variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

er en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi μ og spredning σ.
Et udfald kaldes normalt hvis det ligger indenfor intervallet.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø, som spire.

Binomialtest - konfidensinterval

Normalfordelingsapproksimation til binomialfordelt stokastisk variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

er en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi μ og spredning σ.
Et udfald kaldes normalt hvis det ligger indenfor intervallet.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø, som spire.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Binomialtest - konfidensinterval

Normalfordelingsapproksimation til binomialfordelt stokastisk variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

er en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi μ og spredning σ.
Et udfald kaldes normalt hvis det ligger indenfor intervallet.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø, som spire.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{25 \cdot 0.85 \cdot (1 - 0.85)} = 1.785$$

Binomialtest - konfidensinterval

Normalfordelingsapproksimation til binomialfordelt stokastisk variabel X med middelværdi

$$\mu = n \cdot p$$

og spredning

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$$

er en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi μ og spredning σ.
Et udfald kaldes normalt hvis det ligger indenfor intervallet.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø, som spire.

Middelværdien er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Spredningen er

$$\sigma = \sqrt{25 \cdot 0.85 \cdot (1 - 0.85)} = 1.785$$

Konfidensintervallet for antallet af frø der spire er

$$[21.25 - 2 \cdot 1.785, 21.25 + 2 \cdot 1.785]$$

$$[17.68, 24.82] = [18, 24]$$

Bemærk at det afrundede interval skal være indeholdt i det ikke afrundede interval, det er ikke de sædvanelige afrundingsregler der gælder her.

Binomialtest - konfidensinterval for p

95% konfidensinterval for populationens sandsynlighedsparameter p beregnet ud fra stikprøvens sandsynlighedsparameter $\hat{p}$

$$\left[\hat{p} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}\right]$$

Ligger et udfald udenfor 95% konfidensintervallet forkastes nulhypotesen. Ligger et udfald i 95% konfidensintervallet forkastens nulhypotesen ikke.

Binomialtest - konfidensinterval for p

95% konfidensinterval for populationens sandsynlighedsparameter p beregnet ud fra stikprøvens sandsynlighedsparameter $\hat{p}$

$$\left[\hat{p} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}\right]$$

Ligger et udfald udenfor 95% konfidensintervallet forkastes nulhypotesen. Ligger et udfald i 95% konfidensintervallet forkastens nulhypotesen ikke.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynlighedsparameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

Binomialtest - konfidensinterval for p

13. september 2019

95% konfidensinterval for populationens sandsynlighedsparameter p beregnet ud fra stikprøvens sandsynlighedsparameter $\hat{p}$

$$\left[\hat{p} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}\right]$$

Ligger et udfald udenfor 95% konfidensintervallet forkastes nulhypotesen. Ligger et udfald i 95% konfidensintervallet forkastens nulhypotesen ikke.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynlighedsparameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

Stikprøvens sandsynlighedsparameter

$$\hat{p} = \frac{15}{25} = 0.6$$

Binomialtest - konfidensinterval for p

95% konfidensinterval for populationens sandsynlighedsparameter p beregnet ud fra stikprøvens sandsynlighedsparameter $\hat{p}$

$$\left[\hat{p} - 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1-\hat{p})}{n}}\right]$$

Ligger et udfald udenfor 95% konfidensintervallet forkastes nulhypotesen. Ligger et udfald i 95% konfidensintervallet forkastens nulhypotesen ikke.

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

Stikprøvens sandsynlighedsparameter

$$\hat{p} = \frac{15}{25} = 0.6$$

Konfidensintervallet for populationen, som er alle de frø Lotte har købt, er

$$\left[0.6 - 2 \cdot \sqrt{\frac{0.6 \cdot (1-0.6)}{25}}, \; 0.6 + 2 \cdot \sqrt{\frac{0.6 \cdot (1-0.6)}{25}}\right]$$

$= [0.4040408206{,}0.7959591794] \approx [0.41{,}0.79]$

Binomialtest - p-værdien

p-værdien for et udfald A er sandsynligheden for at få et udfald, der ligger lige så langt eller længder fra middelværdien end udfaldet A. Afstanden mellem middelværdien og udfaldet A beregnes med formlen $\delta = |\mu - A|$. Formlen for p-værdien er så

$$\text{p-værdien} = P(X \leq \mu - \delta) + P(X \geq \mu + \delta)$$

Binomialtest - p-værdien

p-værdien for et udfald A er sandsynligheden for at få et udfald, der ligger lige så langt eller længder fra middelværdien end udfaldet A. Afstanden mellem middelværdien og udfaldet A beregnes med formlen $\delta = |\mu - A|$. Formlen for p-værdien er så

$$\text{p-værdien} = P(X \leq \mu - \delta) + P(X \geq \mu + \delta)$$

I binomialmodellen er 0.85 sandsynlighedsparameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

Binomialtest - p-værdien

p-værdien for et udfald A er sandsynligheden for at få et udfald, der ligger lige så langt eller længder fra middelværdien end udfaldet A. Afstanden mellem middelværdien og udfaldet A beregnes med formlen $\delta = |\mu - A|$. Formlen for p-værdien er så

$$\text{p-værdien} = P(X \leq \mu - \delta) + P(X \geq \mu + \delta)$$

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

p-værdien kan beregnes udfra middelværdien som er

$$\mu = 25 \cdot 0.85 = 21.25$$

Derefter beregnes afstanden mellem udfaldet 15 og middelværdien. Middelværdien er 21.25 så afstanden fra middelværdien til 15 er $21.15 - 15 = 6.25$.

$$\begin{aligned} \text{p-værdien } &= P(X \leq 21.25 - 6.25) + \\ &\quad P(X \geq 21.25 + 6.25) \approx 0.002 \end{aligned}$$

Da p-værdien er mindre end 0.05 forkastes nulhypotesen.

Binomialtest - exceptionelt udfald

Et udfald kaldes exceptionelt hvis det ligger udenfor intervallet $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$

Binomialtest - exceptionelt udfald

Et udfald kaldes exceptionelt hvis det ligger udenfor intervallet $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

Binomialtest - exceptionelt udfald

Et udfald kaldes exceptionelt hvis det ligger udenfor intervallet $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$

I binomialmodellen er 0.85 sandsynligheds-parameteren og 25 er antalsparameteren. Lotte ser, at der er 15 frø som spire.

For at undersøge om 15 er et exceptionelt udfald beregnes intervallet $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$.

$$[21.25 - 3 \cdot 1.785, 21.25 + 3 \cdot 1.785] = [15.89, 26.61] \approx [16, 26]$$

Da 15 ikke ligger i dette interval er 15 et exceptionelt udfald.